

# Regelung ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme am Beispiel flexibler Produktionsnetzwerke

Vom Fachbereich  
Elektrotechnik und Informationstechnik  
der Technischen Universität Darmstadt  
zur Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Dissertation

von

**Marcus Werner Appel, M.Sc.**

geboren in Darmstadt

Referent: Prof. Dr.-Ing. Ulrich Konigorski  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Knut Graichen

Tag der Einreichung: 13. September 2019  
Tag der Prüfung: 10. Dezember 2019



Regelung ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme am Beispiel flexibler  
Produktionsnetzwerke

Gemehmigte Dissertation von Marcus Werner Appel, M.Sc.

Tag der mündlichen Prüfung: 10.12.2019

D 17 · Darmstadt 2020

Bitte zitieren Sie dieses Dokument als:

URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-96456

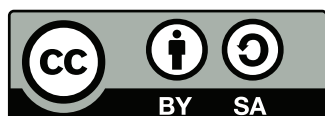
URL: <https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/9645>

Dieses Dokument wird bereitgestellt von tuprints,

E-Publishing-Service der TU Darmstadt

<http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de>

[tuprints@ulb.tu-darmstadt.de](mailto:tuprints@ulb.tu-darmstadt.de)



Die Veröffentlichung steht unter folgender Creative-Commons-Lizenz:

Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International

<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.de>

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in der Konzernforschung zu zukünftigen Produktionstechnologien der Robert Bosch GmbH sowie am Institut für Automatisierungstechnik (IAT) der TU Darmstadt.

Die Möglichkeit, individuell geregelte Produktionsmaschinen digital zu flexiblen Produktionsnetzwerken zusammenzuschließen, bildet die technische Grundlage für die systematische Analyse und Nutzbarmachung sich daraus ergebender Möglichkeiten für die Produktionswirtschaft. Ihr entsprang jener Funke, der diese Arbeit ins Leben rief, und ich möchte der Gruppe CR/APM1 der Robert Bosch GmbH unter Leitung von Dr. sc. techn. Martin Schöpf dafür danken, dass sie diesen Funken auf mich überspringen ließ. Hervorheben möchte ich alle Beteiligten des Projektes SP13-014, die es ermöglicht haben, die in dieser Arbeit entwickelten Methoden an einem prototypischen Produktionsnetzwerk in die Realität umzusetzen. Zu besonderem Dank bin ich Dr.-Ing. Michael Walther verpflichtet, der im Rahmen seiner Betreuung besagten Funken immer wieder neu in mir entfachte.

Die Idee zu dieser Arbeit entsprang der Produktionstechnik. Ihre Resultate basieren jedoch ganz wesentlich auf dem Zusammenwirken von Methoden unterschiedlicher Fachdisziplinen. Ihre symbiotische Zusammenführung in einem Regelsystem wäre ohne systemtheoretische Ausbildung und eine hervorragende wissenschaftliche Betreuung undenkbar. Dafür und für sein stetes Vertrauen in mich und den Erfolg dieser Arbeit danke ich in besonderem Maße Prof. Dr.-Ing. Konigorski vom Fachgebiet für Regelungstechnik und Mechatronik (rtm) am IAT der TU Darmstadt. Die Teilhabe am Institutsleben und die Vernetzung mit den wissenschaftlichen Mitarbeitern des rtm empfinde ich als große Bereicherung. Besonders danken möchte ich M.Sc. Jonathan Hermann für das Korrekturlesen dieser Arbeit. Für die freundliche Übernahme des Zweitgutachtens danke ich Prof. Dr.-Ing. Knut Graichen vom Lehrstuhl für Regelungstechnik der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg.

Ich widme diese Dissertation Susanne Heiß, für die das Geben des größtmöglichen emotionalen Rückhalts in allen Entstehungsphasen dieser Arbeit selbstverständlich war.

Darmstadt, September 2019

*Marcus Werner Appel*



# Inhaltsverzeichnis

<b>Symbole und Abkürzungen</b>	<b>VII</b>
<b>Zusammenfassung</b>	<b>X</b>
<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation und Problemstellung . . . . .	1
1.2 Aufbau der Dissertation . . . . .	3
<b>2 Systembeschreibung und Regelstrategie</b>	<b>5</b>
2.1 Systembeschreibung und -klassifikation . . . . .	5
2.1.1 Maschinen . . . . .	6
2.1.2 Ressourcen . . . . .	9
2.1.3 Systemklassifikation . . . . .	10
2.2 Zieldefinition . . . . .	12
2.3 Zwei-Freiheitsgrade-Regelung . . . . .	14
<b>3 Stand der Forschung und wissenschaftlicher Beitrag</b>	<b>16</b>
3.1 Forschungsumfeld und Konzeptauswahl . . . . .	16
3.2 Wissenschaftliche Lücke und eigener Beitrag . . . . .	28
<b>4 Theoretische Konzepte ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme</b>	<b>30</b>
4.1 Modellierung ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme mit Petri-Netzen . . .	30
4.1.1 Grundlagen Petri-Netze . . . . .	30
4.1.2 Kompositionelle Modellierung . . . . .	33
4.2 Trajektorienplanung für ereignisdiskrete Multi-Agenten-Systeme . . . . .	35
4.3 Verteilte Optimierung mittels Branch-and-Price . . . . .	38
4.3.1 Dantzig-Wolfe-Dekomposition . . . . .	39
4.3.2 Branch-and-Bound . . . . .	45
4.3.3 Interpretation des Verfahrens . . . . .	49
4.4 Modellapproximation zur zeitkontinuierlichen Reglersynthese . . . . .	50

<b>5</b>	<b>Anwendung auf Produktionsnetzwerke</b>	<b>53</b>
5.1	Kompositionelle Modellierung . . . . .	53
5.1.1	Maschinenmodell . . . . .	54
5.1.2	Ressourcenmodelle und Verkopplung . . . . .	62
5.2	Modifikation des Optimierungsproblems zur Trajektorienplanung . . . . .	64
5.3	Kontinuierliches Systemmodell . . . . .	65
5.3.1	Herleitung . . . . .	65
5.3.2	Analyse und Regelung . . . . .	67
5.4	Gesamtsystem ereignisdiskreter und kontinuierlicher Regelkreiskomponenten	71
<b>6</b>	<b>Simulation und Umsetzung</b>	<b>76</b>
6.1	Simulation ausgewählter Produktionsszenarien . . . . .	76
6.1.1	Führungsverhalten . . . . .	76
6.1.2	Störverhalten . . . . .	83
6.1.3	Ergebnisdiskussion und Fazit . . . . .	89
6.2	Wirtschaftlichkeitsbetrachtung . . . . .	91
6.2.1	Kostenfunktion . . . . .	92
6.2.2	Sensitivitätsanalyse . . . . .	93
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>100</b>
<b>Anhang</b>		<b>105</b>
A.1	Unterschied MADES und relaxierte MADES aus [2] . . . . .	105
A.2	Mathematische Zusammenhänge . . . . .	106
A.2.1	Adjazenzmatrix gerichteter Graphen . . . . .	106
A.2.2	Lineare Programmierung . . . . .	106
A.2.3	Allgemeines . . . . .	107
A.3	Beispiel zu Kapitel 5.1.2 . . . . .	108
A.4	Kostenparameter Sensitivitätsanalyse . . . . .	109
<b>Eigene Veröffentlichungen</b>		<b>110</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>111</b>

# Symbole und Abkürzungen

## Symbole allgemein

$i, j$	Ganze Zahl, Zählindex
$\mathbf{y}_j$	$j$ -te Spalte einer Matrix $\mathbf{Y}$
$\mathbf{y}_i^T$	$i$ -te Zeile einer Matrix $\mathbf{Y}$
$(\mathbf{y}_j)^T$	Transponierte $j$ -te Spalte einer Matrix $\mathbf{Y}$ als Zeilenvektor
$(\mathbf{y}_i^T)^T$	Transponierte $i$ -te Zeile einer Matrix $\mathbf{Y}$ als Spaltenvektor
$y_{i,j}$	Element der $i$ -ten Zeile und $j$ -ten Spalte einer Matrix $\mathbf{Y}$
$y_i$	$i$ -tes Element eines Vektors $\mathbf{y}$
$\bar{\xi}$	Maximal annehmbarer Wert einer Variablen $\xi$
$\underline{\xi}$	Minimal annehmbarer Wert einer Variablen $\xi$
$\mathbb{1}$	Einsvektor in passender Dimension
$\mathbf{e}_{j i}$	$i$ -ter Einheitsvektor der Dimension $j$
$\mathbf{e}_i$	$i$ -ter Einheitsvektor in passender Dimension
$\mathbf{I}$	Einheitsmatrix in passender Dimension
$\mathbb{N}_0$	Menge der natürlichen Zahlen inkl. Null
$\mathbb{P}$	Menge der Primzahlen
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\mathbb{Z}$	Menge der ganzen Zahlen
$\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$	Graph mit Knotenmenge $\mathcal{V}$ und Kantenmenge $\mathcal{E}$
$\mathcal{I}_\xi$	Intervall einer Variablen $\xi$

## Symbole zu Petri-Netzen

$\mathbf{m}$	Markierungsvektor
$\overline{\mathbf{m}}$	Vektor mit Platzkapazitäten
$\mathbf{N}$	Netzmatrix
$\mathbf{t}$	Transitionsvektor
$P_i$	Platz $i$ im Petri-Netz
$T_j$	Transition $j$ im Petri-Netz
$k$	Ereigniszähler
$K$	Obere Schranke des Ereigniszählers (Ereignishorizont)
$\mathcal{P}$	Menge aller Plätze eines Petri-Netzes
$\mathcal{T}$	Menge aller Transitionen eines Petri-Netzes

**Symbole zur Optimierung**

$\mathbf{x}_{\text{IP/LP}}$	Vektor mit Optimierungsvariablen eines IP/LP
$\mathbf{x}_{\text{IP/LP}}^*$	Optimale Lösung eines IP/LP
$\mathbf{b}_{\text{IP/LP}}$	Rechte Seite der Nebenbedingungen eines IP/LP
$\mathbf{c}_{\text{IP/LP}}$	Kostenvektor eines IP/LP
$\mathbf{A}_{\text{IP/LP}}$	Nebenbedingungsmatrix eines IP/LP
$\mathbf{A}_{\text{IP/LP} i,i}$	$i$ -ter Matrixblock der Hauptdiagonalen von $\mathbf{A}_{\text{IP/LP}}$
$\mathbf{A}_{\text{IP/LP} i+1,i}$	$i$ -ter Matrixblock der unteren Nebendiagonalen von $\mathbf{A}_{\text{IP/LP}}$
$z_{\text{IP}}^*$	Gütefunktionswert eines IP/LP: $z_{\text{IP/LP}}^* = \mathbf{c}_{\text{IP/LP}}^T \mathbf{x}_{\text{IP/LP}}^*$
$\mathbf{s}$	Schlupfvariablenvektor
$\Pi$	Polyeder
$\nu$	Eckpunkt
$\mathcal{H}$	Halbraum
$\mathbf{r}$	Extremalstrahl/Extrem-Richtung
$\pi$	Duale Variablen zu Strukturnebenbedingungen (= Nebenbedingungen außer Konvexitätsnebenbedingungen)
$\gamma$	Duale Variablen zu Konvexitätsnebenbedingungen
$\mathcal{V}$	Menge von Extrempunkten (engl. vertex set)
$\mathcal{R}$	Menge von Extremrichtungen
$\mathcal{A}$	Menge aller Agenten in einem MADES
$A_i$	$i$ -ter Agent $A_i \in \mathcal{A}$

**Symbole zu Produktionsnetzwerken**

$\Delta T$	Kleinste betrachtete Zeiteinheit bzw. Zeitkonstante
$\Delta \omega_{M_j}$	Vektor mit Verschleißinkrementen von Maschine $M_j$
$\mathbf{p}_{M_j}$	Vektor mit Prozesszeiten von Maschine $M_j$
$\tilde{\mathbf{p}}_{M_j}$	Normierter Vektor der Prozesszeiten $\tilde{\mathbf{p}}_{M_j} = \frac{\mathbf{p}_{M_j}}{\Delta T}$ von Maschine $M_j$
$\mathbf{v}_{M_j}$	Vektor mit Produktionsgeschwindigkeiten von Maschine $M_j$
$\mathbf{n}_{M_j}$	Vektor mit Anzahlen durchführbarer Produktionszyklen von Maschine $M_j$ . Die Elemente von $\mathbf{n}_{M_j}$ sind aufsteigend sortiert.
$\mathbf{A}_N$	Adjazenzmatrix eines Produktionsnetzwerks
$\tilde{\mathbf{A}}_N$	Reduzierte Adjazenzmatrix eines Produktionsnetzwerks
$\mathcal{B}$	Menge aller Puffer in einem Produktionsnetzwerk
$\mathcal{M}$	Menge aller Maschinen in einem Produktionsnetzwerk



## Symbole zur Regelungstechnik

$t$	Zeit
$e(t)$	Störgröße
$\mathbf{x}(t)$	Zustandsvektor
$\mathbf{u}(t)$	Systemeingang ( = Skalierungsfaktoren im Produktionsnetzwerk)
$\mathbf{u}_S(t)$	Stellgröße Steuerung
$\mathbf{u}_R(t)$	Stellgröße Regler
$\mathbf{w}(t)$	Führungsgröße
$\mathbf{y}(t)$	Regelgröße/Systemausgang
$\mathbf{A}$	Systemmatrix eines Zustandsraummodells
$\mathbf{B}$	Eingangsmatrix eines Zustandsraummodells
$\mathbf{C}$	Ausgangsmatrix eines Zustandsraummodells

## Abkürzungen allgemein

$A_i$	Agent $i$
CG	Spaltengenerierung (englisch <i>column generation</i> )
DWD	Dantzig-Wolfe-Dekomposition
IP	Ganzzahliges Programm (englisch <i>integer program</i> )
LP	Lineares Programm
MP	Master Problem
N	Netzwerk
PN	Petri-Netz
RMP	Restringiertes Master Problem

## Abkürzungen zu Produktionsnetzwerken

$M_j$	Maschine $j$
SF	Skalierungsfaktor
$B_i$	Puffer $i$ (englisch <i>Buffer</i> )
WP	Werkstück (englisch <i>Workpiece</i> )
WR	Mitarbeiter (englisch <i>Worker</i> )
R	Ressourcen
O	<i>Off</i> -Zustand
SU	<i>Startup</i> -Zustand
I	<i>Idle</i> -Zustand
WK	<i>Work</i> -Zustand
W	<i>Wear</i> -Zustand
TC	<i>Tool change</i> -Zustand
SD	<i>Shutdown</i> -Zustand

# Zusammenfassung

An der Herstellung komplexer Produkte ist eine Vielzahl von Produktionsmitteln beteiligt. Produktionsmaschinen, die über gemeinsam genutzte Ressourcen miteinander verkoppelt sind, bilden Produktionsnetzwerke. In flexiblen Produktionsnetzwerken kann die Produktionsgeschwindigkeit einzelner Maschinen gegen deren Ressourcenverbrauch abgewogen werden. Ziel dieser Arbeit ist die Erforschung von Methoden zur systematischen Nutzung der Freiheitsgrade in flexiblen Produktionsnetzwerken. Diese lassen sich in die Klasse ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme (MADES) einordnen und durch Petri-Netze auf kompositionellem Wege durch lose verkoppelte Systemmodelle beschreiben. Eine Zwei-Freiheitsgrade-Regelstrategie ermöglicht die getrennte Auslegung von Führungs- und Störverhalten. Für beide Einsatzzwecke werden unterschiedliche Systemmodelle verwendet. Für die diskrete Ressourcenallokation im Rahmen einer Trajektorienplanung kommen ereignisdiskrete Modelle zum Einsatz, während der Entwurf eines Störgrößenreglers an einem kontinuierlichen Zustandsraummodell erfolgt. Mit Branch-and-Price-Verfahren ist es möglich, die lose verkoppelte Systemstruktur im Rahmen einer verteilten Trajektorienplanung auszunutzen. Optimierungsfreie Regelkonzepte für ereignisdiskrete Systeme beschränken sich auf die Vermeidung verbotener Systemzustände. Für den Zwei-Freiheitsgrade-Entwurf wird jedoch ein Regler benötigt, der das System im Falle von Abweichungen aktiv zurück auf die Referenztrajektorie führt. Ein Entwurfsmodell kann durch partielle Fluidisierung aus der ereignisdiskreten Modellierung abgeleitet werden. Neben einer Demonstration des Gesamtregelsystems erfolgt die Sensitivitätsanalyse eines betriebswirtschaftlichen Kostenmaßes. Die Resultate ermöglichen eine Abschätzung, unter welchen Parameterkonfigurationen wirtschaftliche Vorteile durch die Abkehr vom vorherrschenden Produktionsparadigma maximaler Produktionsgeschwindigkeiten erzielbar sind.

# Abstract

The production of complex products involves a large number of production means. Production machines that are coupled by shared resources form production networks. In flexible production networks, the production speed of single machines can be traded off against their resource consumption. The goal of this thesis is the research of methods for systematic use of degrees of freedom in flexible production networks. The latter may be classified as multi-agent discrete event systems (MADES) that can be described as loosely coupled system models using Petri nets. A two degrees of freedom control strategy enables an independent design of the desired reference behavior and the feed-back controlled behavior. For both purposes, different system models are used. For discrete resource allocation within the frame of trajectory planning, discrete event models are used while a continuous state-space model enables the design of a disturbance controller. With branch and price algorithms, the loosely coupled system structure can be exploited in the context of distributed trajectory planning. Optimization-free control methods for discrete event systems are restricted to the avoidance of forbidden system states. However, for the two degrees of freedom approach a controller is needed which, in case of deviations, leads the system back to the reference trajectory. A model for controller design is derived by partial fluidization of the discrete event model. The demonstration of the overall control system is performed as well as the sensitivity analysis of an economic cost function. The results allow the evaluation of parameter configurations under which economic benefits may be obtained by rejecting the prevalent paradigm of maximum production speeds.



# 1 Einführung

---

Dieses Einführungskapitel beleuchtet industrielle Produktionen aus zwei Blickwinkeln. Zuerst werden Produktionsnetzwerke, wie sie zur Zeit der Erstellung dieser Arbeit vielfach Einsatz finden, betrachtet. Anschließend wird das Bild einer zukünftigen, digital vernetzten Produktion und der sich durch sie ergebenden Chancen gezeichnet. Es wird aufgezeigt, welche Form von Systemeingriffen benötigt wird, um heutige Produktionsfabriken ihren flexiblen und vernetzten Pendants näher zu bringen. Abschließend stellt Unterkapitel 1.2 den Aufbau dieser Arbeit vor.

---

## 1.1 Motivation und Problemstellung

### Ausgangspunkt und Blick in die heutige Produktion

Wirft man zum Zeitpunkt der Erstellung dieser Arbeit einen Blick in die Fertigungslandschaft großer Automobilzulieferer, so findet man dort hochgradig aufeinander abgestimmte Produktionsprozesse vor. Komplexe Produkte können insbesondere im Bereich der Zerspaltung nicht oder nicht wirtschaftlich durch einzelne Maschinen erzeugt werden. Stattdessen passieren Werkstücke eine Vielzahl von Produktionsmaschinen, die sie in festgelegter Reihenfolge durch Hinzufügen einzelner Produktmerkmale von einem Rohzustand in einen Endzustand überführen. Der Werkstücktransport erfolgt dabei über Zwischenlager und Transporteinrichtungen, die fortan als Puffer bezeichnet werden. An dieser Stelle wird bereits klar, dass die Produktionsgeschwindigkeiten einzelner Maschinen präzise aufeinander abgestimmt sein müssen, damit Puffer langfristig weder leer- noch überlaufen. Die Geschwindigkeit, mit der Produktionsprozesse ablaufen, ist jedoch ebenfalls maßgeblich für physikalische Prozessgrößen (Kraft, Vibration,...), die ihrerseits direkten Einfluss auf die Werkstückqualität haben. In der Praxis werden deshalb stets konstante Geschwindigkeiten für Produktionsprozesse verwendet, um Qualitätsgrenzen einzuhalten<sup>1</sup>. Konstante Prozessgrößen führen zu einer konstanten, aber prinzipiell von der Produktionsgeschwindigkeit abhängigen Abnutzung der zur Produktion eingesetzten Werkzeuge. Am Ende seiner experimentell ermittelten Standzeit ist ein Werkzeug verschlissen und muss durch Fachpersonal gewechselt werden. Diese Arbeit betrachtet Maschinen, die währenddessen keine weiteren Werkstücke verarbeiten können. Hierbei handelt es sich um eine vereinfachte Betrachtung. Im Fokus steht der allgemeine Wirkzusammenhang, bei dem Maschinen nicht produzieren können, während ein Mitarbeiter verschleißbedingte Wartungen an ihnen durchführt.

---

<sup>1</sup>Oftmals resultiert aus diesen Qualitätsanforderungen gar die vertragliche Verpflichtung gegenüber Kunden, deren Produkte mit zuvor abgenommenen Prozessparametern herzustellen.

Im Betrieb eines derart starren Produktionsnetzwerks in einem fixen Arbeitspunkt fallen dennoch enorme Datenmengen an. Die Nutzung maschinenindividueller Informationen aus NC (numerical control) und PLC (programmable logic controller) erfolgt jedoch ausschließlich zur Qualitätssicherung der auf der betrachteten Maschine ausgeführten Prozesse. Eine informationstechnische Vernetzung mehrerer Maschinen auf Fertigungsebene zum Zweck der Echtzeitregelung des Gesamtnetzwerkes ist nicht gegeben. Auf übergeordneter Ebene zeichnen MES (Manufacturing Execution Systems) Produktionsdaten über lange Zeithorizonte auf und ermöglichen deren Visualisierung und Analyse. Anhand dieser Daten können systematische Probleme erkannt und korrigierende Handlungen abgeleitet werden. Sie fließen aufgrund großer Zeithorizonte auf MES-Ebene jedoch erst in einigen Tagen bis wenigen Wochen in den Produktionsalltag ein. Insofern kann von einem über mehrere Ebenen der Automatisierungspyramide geschlossenen Regelkreis gesprochen werden. Auf diesen Zeitskalen ist in Ermangelung einer adäquaten Stellgröße eine Reaktion auf akute Störungen in Echtzeit nicht möglich.

### **Motivation und Blick in die zukünftige Produktion**

Um die Reaktionsfähigkeit der zuvor beschriebenen Produktionssysteme zu steigern, bedarf es primär einer Stellgröße, die es ermöglicht, auf kleinen Zeitskalen und damit deutlich hochfrequenter in die Produktion einzugreifen, als es Rückkopplungen über das MES erlauben. In dieser Arbeit wird eine solche Stellgröße in Form einer in Grenzen variierbaren Produktionsgeschwindigkeit betrachtet. Hierzu existiert bereits ein Prozessregler, der durch Regelung qualitätsrelevanter Prozessgrößen eine Variation der Produktionsgeschwindigkeit ermöglicht. Das Potential dieser maschinenindividuellen Stellgröße tritt insbesondere dann zutage, wenn sie im Kollektiv zur Koordination des gesamten Produktionsnetzwerkes verwendet wird. Eine Kompensation von Maschinenstörungen durch parallele Maschinen, eine zeitliche Überbrückung von Werkzeugwechsel- bzw. Stillstandsphasen, eine gezielte Ausschusskompensation, flexible Bestandsanpassungen, Echtzeitreaktionen auf Nachfrageschwankungen oder Personalverfügbarkeit werden denkbar. Der Einsatz dieser Stellgröße zur Veränderung der Produktionsgeschwindigkeit hat jedoch auch Auswirkungen auf die Werkzeugstandzeit und andere Ressourcenverbräuche (Energie, Kühlschmierstoff, Druckluft,...). Damit stellt sich die Frage, in welchen Situationen welche Maschinen mit welchen Geschwindigkeiten arbeiten sollten, um die Gesamtproduktion optimal bezüglich einer vorgebbaren Zielfunktion zu betreiben.

Die beiden vorangegangenen Abschnitte skizzieren die Potentiale digital vernetzter Produktionsmaschinen auf Basis echtzeitfähiger Stelleingriffe in maschinenindividuelle Produktionsprozesse. Das folgende Unterkapitel erläutert den Aufbau dieser Arbeit und zeichnet damit den Weg, auf dem diese Potentiale gehoben werden sollen.

## 1.2 Aufbau der Dissertation

**Kapitel 1** enthält eine anschauliche Motivation zur digitalen Vernetzung von Produktionen. Es wird aufgezeigt, dass es mit einer maschinenindividuellen Abwägung zwischen Produktionsgeschwindigkeit und Ressourcenverbrauch gelingen kann, typische I4.0-Potentiale gegenüber starren Produktionsnetzwerken zu heben. Zudem wird der Aufbau dieser Dissertation und damit der Weg, auf dem sie diese Forschungsidee wissenschaftlich untersucht, dargelegt.

**Kapitel 2** beinhaltet eine Systembeschreibung der betrachteten Produktionsnetzwerke. Es erfolgt eine Systemklassifikation als Entscheidungsgrundlage für einen Formalismus zur Systemmodellierung. In Unterkapitel 2.2 wird die bislang informell gehaltene Motivation dieser Arbeit in konkrete Entwurfsziele für die betrachteten Systeme überführt. Zu ihrer Erreichung wird anschließend die Zwei-Freiheitsgrade-Regelstrategie vorgestellt. Ihr modularer Aufbau ermöglicht die Zerlegung der Forschungsarbeit in die Arbeitspakete *Modellierung*, *Trajektorienplanung* und *Regelung*.

**Kapitel 3** beleuchtet den Stand von Wissenschaft und Technik zur Modellierung, Trajektorienplanung und Regelung der in Kapitel 2 identifizierten Systemklasse. Dazu werden bekannte Methoden und deren bisherige Anwendungen vorgestellt. Es erfolgt eine Beurteilung der Übertragbarkeit auf die vorliegende Problemstellung im Kontext von Produktionsnetzwerken. Eine Auswahl infrage kommender Konzepte bildet den Startpunkt für die eigene Forschungsarbeit. Ihr wissenschaftlicher Beitrag wird in Unterkapitel 3.2 erläutert.

**Kapitel 4** bildet den theoretischen Kern dieser Arbeit. Unterkapitel 4.1 erläutert die kompositionelle Modellbildung ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme (MADES) mit Petri-Netzen. Anschließend wird die Ausnutzung ihrer charakteristischen Struktur durch den Einsatz von Dekompositionsverfahren zur Lösung von Trajektorienplanungsproblemen erklärt. Zur Reglerauslegung wird in Unterkapitel 4.4, ausgehend von der ereignisdiskreten Modellierung, ein approximatives Reglerentwurfsmodell durch Fluidisierung abgeleitet.

**Kapitel 5** überträgt die in Kapitel 4 erarbeiteten Methoden auf die in Kapitel 2 vorgestellten Produktionsnetzwerke. In Unterkapitel 5.1 werden Teilsysteme modelliert und die Komponenten anschließend zu einem Gesamtmodell zusammengefügt. Es wird sichergestellt, dass das Modell der MADES-Struktur genügt, um das erarbeitete Konzept zur Trajektorienplanung anwenden zu können. Auf die anschließende Herleitung und Analyse des kontinuierlichen Entwurfsmodells folgen Reglersynthese und die Zusammenführung von Trajektorienplaner, Regler und Systemmodell zum Gesamtregelsystem.

**Kapitel 6** verwendet das in Kapitel 5 entworfene Regelsystem zur Simulation ausgewählter Produktionsszenarien und gleicht die damit erzielbaren Arbeitsergebnisse mit den in Kapitel 2 gesteckten Zielen ab. Um den Nutzen einer Investition in die dem entwickelten Regelsystem zugrunde liegende Prozessregelung abzuschätzen, erfolgt die Sensitivitätsanalyse eines auf Stückkosten basierenden Performanzindikators.

**Kapitel 7** fasst wissenschaftliche und anwendungsbezogene Kernergebnisse der Arbeit zusammen. Im Rahmen eines Fazits erfolgt die Einordnung ihres Beitrages für die Automatisierungstechnik – Stichwort *Automatisierungspyramide*. Ferner wird ein Ausblick zu weiteren Forschungsrichtungen gegeben, die sich von den Arbeitsergebnissen ableiten lassen.



## 2 Systembeschreibung und Regelstrategie

Dieses Kapitel formalisiert die bislang erfolgte Systembeschreibung von Produktionsnetzwerken und nimmt eine Systemklassifizierung anhand systemtheoretischer Kriterien vor. Anschließend werden die in Kapitel 1 motivierten Potentiale digital vernetzter Produktionen in Entwurfsziele überführt. Schließlich werden die zur Erreichung dieser Ziele verwendete Regelstrategie und die zu ihrer Umsetzung anfallenden Arbeitspakete definiert.

### 2.1 Systembeschreibung und -klassifikation

Abbildung 2.1 zeigt den schematischen Aufbau eines exemplarischen Produktionsnetzwerks. Rohteile werden aus Puffer  $B_1$  entnommen und parallel auf den Maschinen  $M_1$  und  $M_2$  zu Zwischenprodukten verarbeitet, die in Puffer  $B_2$  gelagert werden. Anschließend führt Maschine  $M_3$  einen weiteren Bearbeitungsschritt an den Produkten durch. Die fertigen Werkstücke werden in Puffer  $B_3$  gespeichert. Die Maschinen  $M_1$  und  $M_2$  verarbeiten jeweils zwei Werkstücke gleichzeitig. Prinzipiell ist eine Aufnahme von  $\alpha \in \mathbb{N}$  Werkstücken bei Maschine  $M_3$  und eine Abgabe von  $\beta \in \mathbb{N}$  Teilen möglich (vergleiche Abbildung 2.1). Man denke an das Zerteilen von Grundstoffen in kleinere Einheiten oder an eine entsprechende Zusammenführung von Einzelteilen (z.B. bei Verpackungsprozessen). Puffer abstrahieren im realen System vorhandene Fließbänder, dedizierte Lagerflächen oder andere Einrichtungen, in denen Werkstücke vor oder nach ihrer Bearbeitung durch eine Maschine (zwischen-) gelagert werden. Mitarbeiter sind flexibel im Produktionsnetzwerk einsetzbar und werden benötigt, um Maschinen hochzufahren, herunterzufahren und verschlissene Werkzeuge auszutauschen. Ein Mitarbeiter gilt als verfügbar, wenn er gerade keine der zuvor genannten Tätigkeiten ausführt. Weiterhin wird nicht zwischen einzelnen Mitarbeitern unterschieden. Verfügbare Mitarbeiter werden deshalb in einem Mitarbeiterpool zusammengefasst.

Um die Struktur von Produktionsnetzwerken formal zu erfassen, werden sie durch Graphen mit verschiedenen Knotengruppen beschrieben. Da Mitarbeiter mit allen Maschinen im Produktionsnetzwerk zu kommunizieren im Stande sind, ist eine graphentheoretische Beschreibung ihrer Nachbarschaftsbeziehungen trivial und ohne Informationsgehalt. Wichtige Strukturinformationen sind dagegen in der Vernetzung von Maschinen und Werkstückpuffern enthalten und werden im Folgenden durch gerichtete bipartite Graphen beschrieben. Ein Produktionsnetzwerk besteht aus einer Menge  $\mathcal{M} = \{M_1, \dots, M_{|\mathcal{M}|}\}$  von Maschinen und einer Menge  $\mathcal{B} = \{B_1, \dots, B_{|\mathcal{B}|}\}$  von Werkstückpuffern. Jede Maschine  $M_j \in \mathcal{M}$  be-

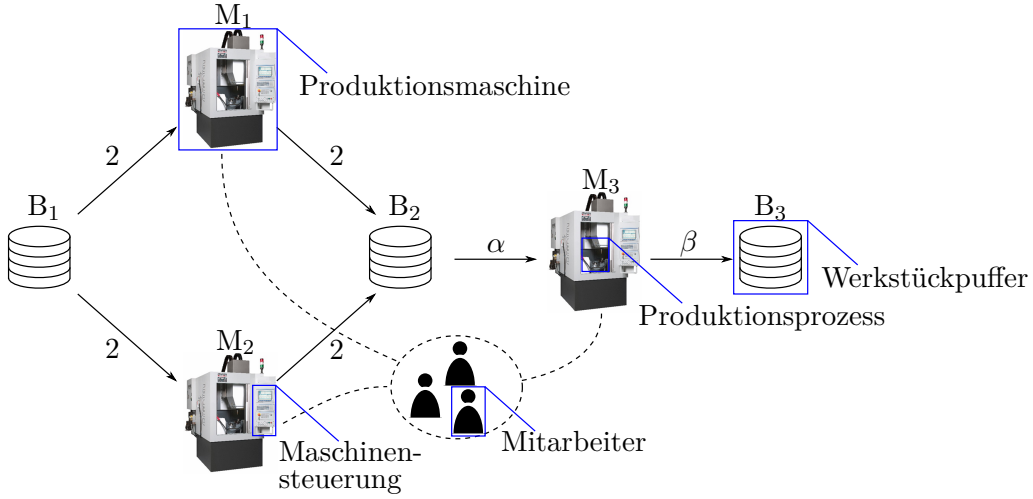


Abbildung 2.1: Produktionsnetzwerk bestehend aus Maschinen inklusive Steuerung, Mitarbeitern und Werkstückpuffern. Letztere speichern Werkstücke gleichen Verarbeitungszustandes. In den Maschinen laufen Produktionsprozesse ab.

zieht Werkstücke aus einer Untermenge ihr vorgelagerter Puffer  $\mathcal{B}_{\text{pre}|M_j} \subset \mathcal{B}$ , die nach ihrer Bearbeitung in einer Menge nachgelagerter Puffer  $\mathcal{B}_{\text{post}|M_j} \subset \mathcal{B}$  gespeichert werden. Damit Werkstücke bei der Verarbeitung tatsächlich Zustandsänderungen erfahren, gelte weiterhin  $\mathcal{B}_{\text{pre}|M_j} \cap \mathcal{B}_{\text{post}|M_j} = \emptyset$  (Schleifenfreiheit). Der Graph  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$  des in Abbildung 2.1 dargestellten Netzwerks besitzt die Adjazenzmatrix

$$\mathbf{A}_N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta \\ \hline 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{N|1,1} & \mathbf{A}_{N|1,2} \\ \hline \mathbf{A}_{N|2,1} & \mathbf{A}_{N|2,2} \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

mit der (sortierten) Knotenmenge  $\mathcal{V} = \{M_1, M_2, M_3, B_1, B_2, B_3\}$ . Eine detailliertere Erläuterung zur Bedeutung der Adjazenzmatrix ist in Anhang A.2.1 zu finden. Durch Adjazenzmatrizen sind die betrachteten Produktionsnetzwerke strukturell zu beschreiben. Die nachfolgenden Unterabschnitte erläutern Funktionsweise und Systemvorstellung der im Netzwerk befindlichen Produktionsmaschinen samt ihrer Steuerung und der in ihnen ablaufenden Produktionsprozesse. Weiterhin wird der Ressourcenbegriff für passive, aber unverzichtbare Elemente in der Produktion eingeführt.

### 2.1.1 Maschinen

In diesem Abschnitt wird die Funktionsweise einer Produktionsmaschine auf dem für diese Arbeit relevanten Abstraktionsniveau beschrieben. Konkret werden Zerspanungsmaschinen betrachtet, jedoch kann die entwickelte Methodik auf sämtliche Problemstellungen, bei denen Zeit-Ressourcen-Abwägungen im Fokus stehen, angewandt oder adaptiert werden.

Ist eine Maschine ausgeschaltet, befindet sie sich im Zustand *Off* (O) und kann durch einen Mitarbeiter hochgefahren werden. Dieser Vorgang versetzt die Maschine in einen produktionsfähigen Zustand. Dazu müssen unter anderem NC-Programme geladen oder eine gewisse Betriebstemperatur erreicht werden. Die Dauer sämtlicher Aktivitäten, die ein Mitarbeiter durchführt, um eine Maschine hochzufahren, wird zusammengefasst und dem diskreten Zustand *Startup* (SU) zugeordnet. Nachdem sie hochgefahren wurde, ist eine Maschine untätig, aber prinzipiell produktionsbereit. In diesem Zustand, der fortan als *Idle* (I) bezeichnet wird, können die Funktionen einer Maschine über ihre Steuerung (siehe Abbildung 2.1) gezielt aufgerufen werden. Vor jedem Prozessstart wird die Reststandzeit des aktuellen Werkzeugs überprüft. Hierzu existiert ein Standzeitähler, der als ein Maß für den Werkzeugverschleiß einen Zustand *Wear* (W) darstellt. Ist ein Werkzeug verschlissen, kann kein weiterer Produktionsprozess durchgeführt werden, bevor dieses ausgetauscht wurde. In diesem Fall teilt die Maschinensteuerung den diensthabenden Mitarbeitern über eine Signallampe mit, dass ein Werkzeugwechsel erforderlich ist. Während ein Mitarbeiter das verschlissene Werkzeug gegen ein neues austauscht, befindet sich die Maschine im diskreten Zustand *Tool change* (TC). Da zum Austausch eines Werkzeuges stets dieselben Arbeitsschritte benötigt werden, befindet sich eine Maschine für eine als konstant angenommene Dauer in diesem Zustand. Da eine Maschine auch im Idle-Zustand kontinuierlich Energie verbraucht, ist es sinnvoll, sie für längere Zeiträume, in denen sie nicht benötigt wird, wieder herunterzufahren. Dieser Vorgang wird von einem Mitarbeiter durchgeführt. Die Dauer sämtlicher Aktivitäten, die ein Mitarbeiter durchführt, um eine Maschine herunterzufahren, wird zusammengefasst und einem diskreten Zustand *Shutdown* (SD) zugeordnet. Die Maschinensteuerung gewährleistet einen geordneten Produktionsprozess, indem sie sicherstellt, dass zu bearbeitende Werkstücke korrekt aufgenommen und positioniert wurden, Spindel und Achsen sich an ihren Ursprungspositionen befinden, das korrekte Werkzeug eingespannt, nicht verschlissen und die Tür zum Prozessraum geschlossen ist, sowie für den Prozess benötigte kontinuierliche Verbrauchsmaterialien (Druckluft, Kühlschmierstoff, Energie ...) über eine entsprechende Zufuhr angeschlossen sind. Sind sämtliche Bedingungen für den Prozessstart erfüllt, beginnt die Maschine mit der Ausführung des den Produktionsprozess bestimmenden NC-Programms. Für den Zeitraum zwischen Aufnahme eines Werkstücks aus einem Prä-Puffer und dessen Ablage in einen Post-Puffer befindet sich die betrachtete Maschine im Zustand *Work* (WK).

Das NC-Programm beinhaltet sämtliche Informationen zum eigentlichen Produktionsprozess und definiert diejenigen Merkmale und Eigenschaften, die dem Werkstück durch seine Verarbeitung hinzugefügt werden. Neben reinen Merkmaleigenschaften beinhaltet das NC-Programm Informationen zu Prozessparametern, die festlegen, wie der Produktionsprozess ablaufen soll. Der für diese Arbeit wichtigste Prozessparameter ist die Vorschubgeschwindigkeit des Werkzeugs, mit welchem dem Werkstück Merkmale hinzugefügt werden. Daneben existiert eine Vielzahl weiterer Prozessparameter (Spindeldrehzahl, Werkzeuganstellwinkel, Kühlschmierstoffdruck,...). Diese Prozessparameter sind neben der Materialpaarung (Werkstück- und Werkzeugmaterial) Haupteinflussfaktoren für physikalische Prozessgrößen wie Prozesskräfte und -vibration. Sie sind wiederum direkt verantwortlich für die Qualität

der produzierten Werkstücke sowie für die Abnutzung der eingesetzten Werkzeuge. Deshalb wird vor Produktionsbeginn eines neuen Produktes eine Kombination von Prozessparametern ermittelt, mit der sich möglichst werkzeugschonend Werkstücke innerhalb geforderter Qualitätstoleranzen herstellen lassen. Heute werden die zumeist auf experimentellem Wege gefundenen Prozessparameter während des Produktionsbetriebes nicht mehr variiert und häufig sogar in Kundenverträgen fixiert. Aus regelungstechnischer Sicht entspricht dies einer Steuerung von Produktionsprozessen. Der Einsatz moderner Sensorik und Aktorik ermöglicht jedoch in zunehmendem Maße online geregelte Produktionsprozesse. Die Regelung von Prozessgrößen ermöglicht einerseits eine Kompensation von Störeinflüssen (wie z.B. Temperaturschwankungen) und damit die Realisierung schmalerer Toleranzbänder. Andererseits kann sie bei unveränderten Qualitätstoleranzen für eine Flexibilität in der Wahl der Prozessparameter sorgen. So ermöglicht der letztgenannte Fall im Speziellen auch eine in Grenzen variierbare Vorschub- und damit Produktionsprozessgeschwindigkeit, die in dieser Arbeit zum Heben der in Kapitel 1 benannten Potentiale genutzt werden soll.

Der Prozessregelkreis stellt damit für Maschine  $M_j$  eine Stellgröße  $v_{M_j} \in [\underline{v}_{M_j}, \bar{v}_{M_j}]$  in Form einer in Grenzen variablen Prozessgeschwindigkeit bereit. Die Ermittlung von  $\underline{v}_{M_j}$  und  $\bar{v}_{M_j}$  erfolgt experimentell. Dazu werden Produktionsprozesse mit verschiedenen Prozessparametern durchgeführt und die realisierten Prozesszeiten gemessen. Dabei werden minimal und maximal erreichbare Prozesszeiten  $\underline{p}_{M_j}$  und  $\bar{p}_{M_j}$  ermittelt. Minimale und maximale Produktionsprozessgeschwindigkeiten ergeben sich aus den Kehrwerten  $\underline{v}_{M_j} = 1/\bar{p}_{M_j}$  bzw.  $\bar{v}_{M_j} = 1/\underline{p}_{M_j}$ . Weiterhin wird im Produktionsumfeld oftmals die Normierung der Produktionsgeschwindigkeit  $v_{M_j}$  auf einen dimensionslosen Skalierungsfaktor  $u_{M_j} \in [\underline{u}_{M_j}, \bar{u}_{M_j}] = [0, 1]$  vorgenommen. Dies erfolgt über den affinen Zusammenhang  $\mathbf{v} = \mathbf{\Gamma}_{uv}\mathbf{u} + \boldsymbol{\gamma}_{uv}$ , wobei  $v_{M_j}$  und  $u_{M_j}$  für sämtliche  $|\mathcal{M}|$  Maschinen eines Produktionsnetzwerkes gemäß Abbildung 2.1 zu den Vektoren  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{v}$  zusammengefasst wurden. Betrachtet man die unterlagerten Prozessregelkreise aller Maschinen aus übergeordneter Produktionsnetzwerksicht, so steht zur Regelung eines Produktionsnetzwerkes ein Vektor von Produktionsgeschwindigkeiten  $\underline{\mathbf{v}} \leq \mathbf{v} \leq \bar{\mathbf{v}}$  als Stellgröße zur Verfügung, wobei Ungleichungen von Vektoren in dieser Arbeit stets elementweise interpretiert werden. Darüber hinaus ist auch die Zunahme des Werkzeugverschleißes nach Abschluss eines Produktionszyklus abhängig von der Prozessgeschwindigkeit, mit der er durchgeführt wurde. Für diese Verschleißzunahme ergibt sich das geschwindigkeitsabhängige Verschleißinkrement  $\Delta\omega_{M_j} = f(v_{M_j})$ . Zur Quantifizierung dieses Zusammenhangs erfolgen Standzeitversuche, bei denen ermittelt wird, wie viele Produktionszyklen mit einem Werkzeug durchgeführt werden können, wenn diese in  $\underline{p}_{M_j}$  bzw.  $\bar{p}_{M_j}$  ablaufen. In dieser Arbeit wird vereinfachend angenommen, dass eine Maschine  $M_j$  nur einen Werkzeugtyp verwendet. Produktionszyklen, die in kürzerer Prozesszeit durchgeführt wurden, verschleifen die eingesetzten Werkzeuge schneller. Experimentell werden so die minimale und maximale Anzahl durchführbarer Produktionszyklen  $\underline{n}_{M_j}$  und  $\bar{n}_{M_j}$  ermittelt. Die (prozentuale) Erhöhung des Werkzeugverschleißes nach einem Produktionszyklus ergibt sich daraus zu  $\Delta\omega_{M_j} \in [\Delta\omega_{M_j}, \Delta\bar{\omega}_{M_j}]$  mit  $\Delta\omega_{M_j} = 1/\bar{n}_{M_j}$  und  $\Delta\bar{\omega}_{M_j} = 1/\underline{n}_{M_j}$ . Für diese Arbeit wird eine proportionale Abhängigkeit der Verschleißerhöhung in einem Produktionszyklus von der Produktionsgeschwindigkeit unterstellt. Dies kann über den affinen Zusammenhang

$\Delta\omega = \Gamma_{vw}\mathbf{v} + \gamma_{vw}$  erfasst werden, wobei  $v_{M_j}$  und  $\Delta\omega_{M_j}$  für sämtliche  $|\mathcal{M}|$  Maschinen in einem Produktionsnetzwerk zu den Vektoren  $\mathbf{v}$  und  $\Delta\omega$  zusammengefasst wurden. Die Bestimmungsgleichung (A.9) für die Parameter  $\Gamma_{vw}$  und  $\gamma_{vw}$  bzw.  $\Gamma_{uv}$  und  $\gamma_{uv}$  kann Anhang A.2.3 entnommen werden.

### 2.1.2 Ressourcen

In diesem Abschnitt wird der Ressourcenbegriff erläutert. Es werden Ressourcen betrachtet, die für den Produktionsbetrieb erforderlich sind und worin sie sich voneinander unterscheiden. Vor dem Hintergrund der Entwurfsabsicht stehen solche Ressourcen im Fokus, die den Produktionsbetrieb aufgrund ihrer Verfügbarkeit einschränken können und deren Verfügbarkeit beeinflusst werden kann. Beispielsweise wird der Einfluss der Stromversorgung auf das Systemverhalten vernachlässigt, da sie für die betrachteten Zeithorizonte keine Relevanz für den geregelten Produktionsbetrieb haben wird und umgekehrt ein veränderter Produktionsbetrieb in keiner Weise die Verfügbarkeit der Stromversorgung beeinflussen kann.

Neben den zuvor beschriebenen Maschinen sind in Abbildung 2.1 Mitarbeiter und Werkstücke (in Puffern) dargestellt. Aus den vorangegangenen Erläuterungen geht hervor, dass ein Betrieb der betrachteten Produktionsnetzwerke ihre Verfügbarkeit bedingt. So werden Rohteile benötigt, um von Maschinen zu fertigen Werkstücken verarbeitet zu werden. Sind Maschinen vorgelagerte Werkstückpuffer leer, so können diese keine Produktionsprozesse durchführen. Sind ihnen nachgelagerte Puffer voll, können fertig bearbeitete Teile nicht mehr aus den Maschinen herausgenommen werden<sup>1</sup>. In beiden Fällen ist die Maschine unproduktiv. Weitere Voraussetzung für die Durchführung eines Produktionsprozesses ist eine ausreichende Reststandzeit des benötigten Werkzeugs. Sie korrespondiert mit dessen Verschleißzustand und stellt ebenfalls eine Ressource dar. Mitarbeiter haben die Aufgabe, den Produktionsbetrieb aufrecht zu erhalten, indem sie Wartungen, Werkzeugwechsel, Inbetriebnahmen und viele weitere Tätigkeiten durchführen, um Maschinen produzierfähig zu halten und stellen damit den flexibelsten Teil in einer Produktion dar. Ziel dieser Arbeit ist es, ein System zu entwickeln, das die Flexibilität zukünftiger Produktionssysteme bestmöglich nutzt. Dabei ist es auf den zuverlässigen Einsatz der Mitarbeiter angewiesen, da diese nicht unmittelbar durch ein Automatisierungssystem steuerbar sind. Es wird deshalb angenommen, dass in der Produktion nur Mitarbeiter tätig sind, die im Sinne des Produktionsbetriebs handeln. Folglich werden auch Mitarbeiter in dieser Arbeit als passive Ressourcen betrachtet, die Maschinen für die Ausführung der durch das Automatisierungssystem vorgegebenen Aktionen zur Verfügung stehen. Konkret werden in der betrachteten Systemanschauung folgende Ressourcen benötigt:

<sup>1</sup>Fließbänder können nur eine begrenzte Werkstückzahl aufnehmen und das Lagern von Werkstücken ist aus Sicherheitsgründen nur auf ausgewiesenen Flächen endlicher Kapazität gestattet.

- Mitarbeiter, um
  - Maschinen hochzufahren,
  - verschlissene Werkzeuge zu wechseln und
  - Maschinen herunterzufahren,
- verfügbare Werkzeugstandzeit/Verschleißpotenzial und
- Werkstücke in Maschinen vorgelagerten Puffern, um den Start von Produktionsprozessen zu ermöglichen, sowie
- freie Kapazität in Maschinen nachgelagerten Puffern, um das Abschließen von Produktionsprozessen zu ermöglichen.

Im Gegensatz zu Werkstückressourcen stellen Mitarbeiter wiederkehrende Ressourcen dar. Nachdem sie eine Aufgabe erledigt haben, kehren sie in den Pool verfügbarer Mitarbeiter zurück und warten auf ihre nächste Einsatzmöglichkeit. Ihr Zustand hat sich durch vorherige Tätigkeiten nicht verändert. Werkstücke erfahren durch ihre Bearbeitung Zustandsänderungen. Dies wurde durch den Ausschluss von Schleifen im Graphen von Produktionsnetzwerken sichergestellt, und deshalb existieren verschiedene Puffer zur Speicherung von Werkstücken mit jeweils gleichem Verarbeitungszustand. Anders als Werkstücke und Mitarbeiter wird die Ressource Werkzeugverschleiß maschinenintern erfasst. Auch sie ist nicht wiederkehrend, sondern wird monoton verbraucht. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf die genannten Ressourcen und deren Einsatzzwecke. Folglich wird auch ein unbegrenzter Vorrat von Werkzeugen angenommen, da sie lediglich eine weitere Ressource darstellen und ihre Betrachtung keinen Mehrwert im Hinblick auf neue oder andere Wirkmechanismen im System stiftet. Generell sei angemerkt, dass je nach Ausprägungsform in realen Produktionsnetzwerken andere oder weitere Ressourcen vorhanden sind oder sie zu anderen Zwecken eingesetzt werden (z.B. Mitarbeiter). Auch wenn derartige Szenarien im Rahmen dieser Arbeit nicht explizit Erwähnung finden, so können sie doch analog betrachtet und den hier vorgestellten Methoden zugänglich gemacht werden.

### 2.1.3 Systemklassifikation

Maschinen und Ressourcen werden gemäß der Netzwerkstruktur zu einem Gesamtsystem vernetzt. Zur Auswahl eines Modellierungskonzeptes für die so definierten Produktionssysteme erfolgt in diesem Unterkapitel deren Klassifizierung bezüglich systemtheoretischer Eigenschaften. Hierzu zeigt die an [27] angelehnte Abbildung 2.2 eine mögliche Untergliederung von Systemklassen. Blau markiert sind Systemeigenschaften, deren Relevanz sich für die betrachteten Produktionssysteme aus den vorangegangenen Unterkapiteln 2.1.1 und 2.1.2 ableiten lässt.

Aus Unterkapitel 2.1.1 geht hervor, dass Maschinen nur zwischen den abstrakten diskreten Zuständen (*Off*, *Startup*, *Idle*, *Work*, *Tool change*, *Shutdown*) wechseln. Auch weisen die hier

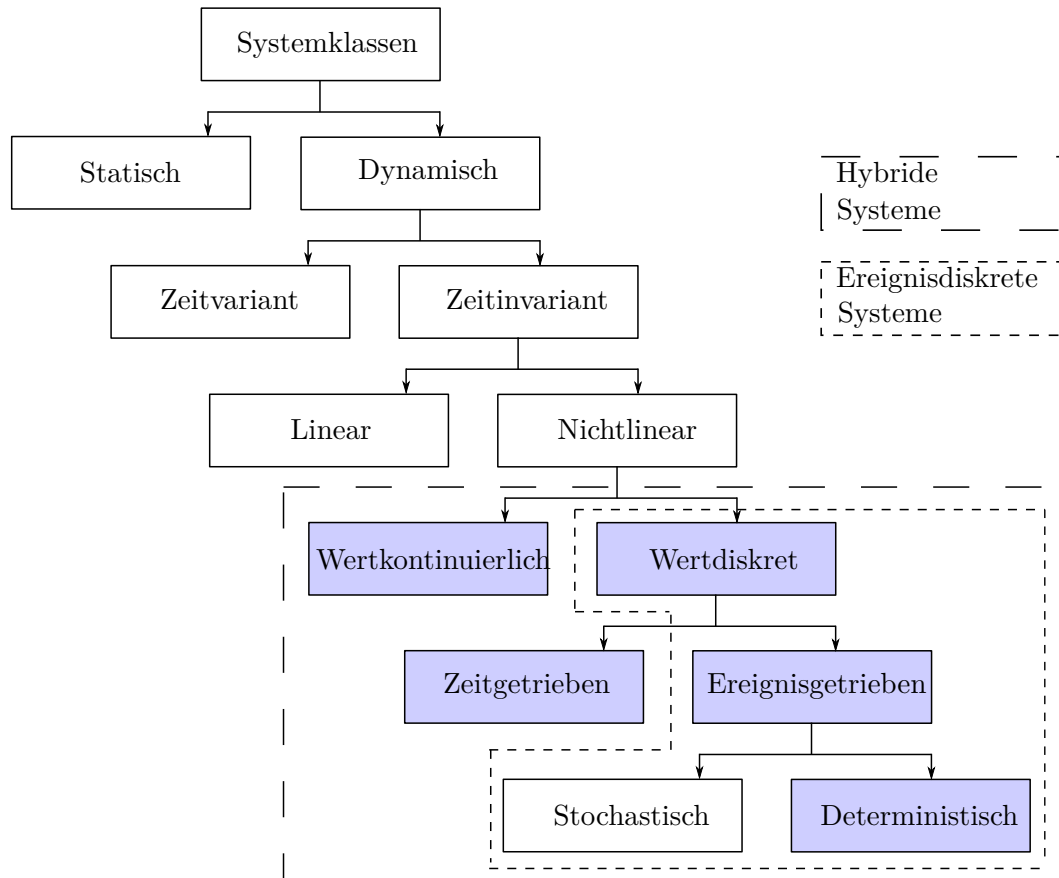


Abbildung 2.2: Kategorisierung von Systemklassen nach ihren signaltheoretischen Eigenschaften. Die Dynamik der betrachteten Produktionsnetzwerke (blaue Markierungen) kann vollständig durch hybride Systeme beschrieben werden. Sie erweitern rein ereignisdiskrete Systeme um eine zeitgetriebene Dynamik und wertkontinuierliche Zustände.

betrachteten diskreten Produktionen im Gegensatz zu Fließproduktionen nur ganzzahlige Werkstückmengen auf. Zum Durchführen dieser Zustandswechsel müssen logische Bedingungen wie die Anwesenheit sämtlicher benötigter Ressourcen (vgl. Abschnitt 2.1.2) erfüllt sein. Bei ihrer Erfüllung können Zustandstransitionen durch Ereignisse ausgelöst werden. So stellt das Betätigen des Hauptschalters einer Maschine ein Ereignis dar, das ihren Hochfahrprozess startet. In gleicher Weise starten und beenden binäre Steuerungssignale Produktionsprozesse und stellen damit ebenfalls Ereignisse dar. Folglich sind die hier betrachteten Produktionssysteme ereignisgetrieben und besitzen wertdiskrete Zustände. Weiterhin wird eine deterministische Systemanschauung zugrunde gelegt.

Mit der neuen Stellmöglichkeit, die Prozessgeschwindigkeit und damit auch die Werkzeugabnutzung stufenlos zu beeinflussen, besitzt jede Maschine einen prinzipiell wertkontinuierlichen Verschleißzustand. Auch sind Prozesszeiten und damit die Verweilzeiten von Maschinen in deren Arbeitszuständen direkt abhängig von dieser Stellgröße. Wie in Abschnitt 2.1.1 erläutert, wird der komplette Produktionsprozess und damit sämtliche währenddessen ausgeführten NC-Codes durch die Zeit, die bei gegebener Prozessgeschwindigkeit zur Ausführung benötigt wird, abstrahiert. Da Zustände ausschließlich die Zeitdauer von Werkzeugwechseln,

Maschinenanläufen etc. erfassen, werden Zustandswechsel auch durch das bloße Vergehen von Zeit und damit zeitgetrieben ausgelöst. Man beachte, dass je nach Modellvorstellung das Zeitvergehen auch als wertkontinuierlicher Zustand  $\dot{x} = 1$  aufgefasst werden kann. In diesem Fall erfolgen diskrete Zustandswechsel, wenn Zeitzustände entsprechende Grenzen überschreiten und damit ereignisgetrieben.

Die in Abbildung 2.2 blau eingefärbten Systemeigenschaften lassen sich der Klasse hybrider Systeme zuordnen. Zum Vergleich ist die Klasse ereignisdiskreter Systeme (englisch *discrete event systems*, kurz DES) eingezeichnet. In ihrer ursprünglichen Form vermag sie keine wertkontinuierlichen und zeitgetriebenen Systemeigenschaften zu beschreiben. Beschränken sich letztere auf das bloße Zählen der Zeit, werden entsprechende Systeme in die Klasse zeitbewerteter ereignisdiskreter Systeme als Unterklasse hybrider oder Erweiterung ereignisdiskreter Systeme eingeordnet. Unter hybriden Systemen versteht die Fachliteratur mehrheitlich Systeme mit zumindest gleichwertiger Komplexität in ereignis- und zeitgetriebenem Dynamikanteil. Informationen zu zeitbewerteten DES sind dagegen überwiegend in Quellen zu (rein) ereignisdiskreten Systemen enthalten.

Die betrachteten Produktionssysteme setzen sich aus Ressourcen und Maschinen zusammen. In der erläuterten Systemanschauung sind es ausschließlich Maschinen, die Transitionen aktiv ausführen können und deshalb abstrakt als *Agenten* bezeichnet werden. Ressourcen besitzen dagegen nicht die Fähigkeit, Aktionen auszulösen. Vielmehr sind Agenten auf sie angewiesen, um ihren Produktionsbeitrag zu leisten. Hierzu konkurrieren die Agenten um gemeinsame Ressourcen mit dem Ziel, die Gesamtproduktion zu optimieren. Aus diesem Blickwinkel sind es die gemeinsam genutzten Ressourcen, die einzelne Agenten von einander abhängig machen. Die Allokation und Freigabe von Ressourcen stellt letztlich einen Informationsaustausch dar und sorgt für die Vernetzung einzelner Agenten zu einem Multi-Agenten-System (MAS). Aufgrund ihrer Systemeigenschaften werden die vorliegenden Produktionsnetzwerke in die Klasse (zeitbewerteter) ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme (MADES) eingruppiert.

## 2.2 Zieldefinition

Im vorangegangenen Unterkapitel 2.1 wurde die Systemklasse der betrachteten Produktionsnetzwerke spezifiziert und der Einsatz variabler Prozessgeschwindigkeiten als Stellgrößen erläutert. Nachfolgend werden die in Kapitel 1 motivierten Potenziale und Chancen einer flexiblen Produktion formalisiert und in Entwurfsziele überführt, die mit besagter Stellgröße erreicht werden sollen.

Neben einer Regelung soll eine Produktionsvorausplanung durchgeführt werden. Dabei sollen eine Kostenfunktion sowie vorhandenes Wissen in die Planung einfließen können. Häufig müssen an mehr Maschinen zeitgleich Werkzeuge gewechselt werden als dafür Mitarbeiter verfügbar sind. Eine Trajektorienplanung könnte die einzelnen Zeit-Ressourcen-Abwägungen derart einstellen, dass auflaufende Ereignisse dieser Art zeitlich entzerrt werden. Dazu muss



die Planung zumindest den Horizont einer Schicht von acht Stunden abdecken. Vorhandenes Domänenwissen über bisherige Produktionsabläufe kann in Form von Startlösungen bereitgestellt werden. Ziel ist es, den so vorgegebenen Status quo durch Nutzung der neuen Freiheitsgrade zu verbessern oder von Grund auf neue Trajektorien/Produktionspläne zu berechnen.

Die variable Prozessgeschwindigkeit vergrößert die Reaktionsfähigkeit der Produktionssysteme und ermöglicht es, die betrachteten Produktionsnetzwerke nicht nur gesteuert, sondern geregelt zu betreiben. Gemäß Seite 10 in [70] lässt sich einem geregelten System auch im Falle instabiler Systeme (*Stabilisierung*), unter dem Einfluss nicht messbarer Störungen (*Störgrößenkompensation*) oder falls Systemeigenschaften nicht exakt modelliert werden können (*Robustheit*) ein Wunschverhalten aufprägen. Da sämtliche Aktionen in Produktionsnetzwerken durch logische Bedingungen abgesichert sind, sind Instabilitäten im regelungstechnischen Sinne (Speicherüberläufe) ausgeschlossen. Fällt eine Maschine aus und kann nicht mehr produzieren, beeinflusst dies die Netzwerkstruktur. Ein robust geregeltes System kann mit dieser Systemveränderung umgehen und die weggefallene Produktionsleistung durch andere Maschinen kompensieren. Weitere in Kapitel 1 aufgeführte Potenziale basieren auf der Adaption des Produktionsverhaltens in transienten Produktionsphasen. Sie treten auf, wenn auf das System wirkende Störungen ausgeglichen werden. So entspricht die Produktion von Ausschuss einem plötzlichen Herabsetzen entsprechender Pufferzustände. Dies führt ebenso wie anderweitige (bspw. durch Nachfrage getriebene) Bestandsanpassungen zu Abweichungen zwischen tatsächlichem Bestand und Sollbestand von Werkstücken in Werkstückpuffern.

Aufgrund guter Systemkenntnis und der Verfügbarkeit von Zustandsinformationen in Maschinensteuerungen wird ein modellbasiertes Vorgehen zur systematischen Nutzung verfügbarer Freiheitsgrade angestrebt. Transparenz und Verständlichkeit des Systemmodells sind unerlässlich für dessen Wartbarkeit und Akzeptanz durch das Bedienpersonal. Weiterhin sollten Planung und Regelung unabhängig voneinander parametrierbar sein, da sie in der Praxis von jeweils unterschiedlichen Personen verantwortet werden. Zusammenfassend können folgende Entwurfsziele formuliert werden:

- 1) Eine Trajektorienplanung soll den optimalen Ressourceneinsatz der Agenten im Produktionsnetzwerk bezüglich einer vorgebbaren Kostenfunktion berechnen. Dabei soll es möglich sein, vorhandenes Domänenwissen in Form von Initialwerten einfließen zu lassen.
- 2) Das geregelte System sollte (im Rahmen physikalischer Möglichkeiten) robust gegenüber Störungen und Modellabweichungen sein. Insbesondere sollen anfallende Fehlmengen nachproduziert und Planabweichungen kompensiert werden.
- 3) Planung und Regelung sollen unabhängig voneinander parametrierbar sein. Eine transparente, kompositionelle Modellbildung wird angestrebt.

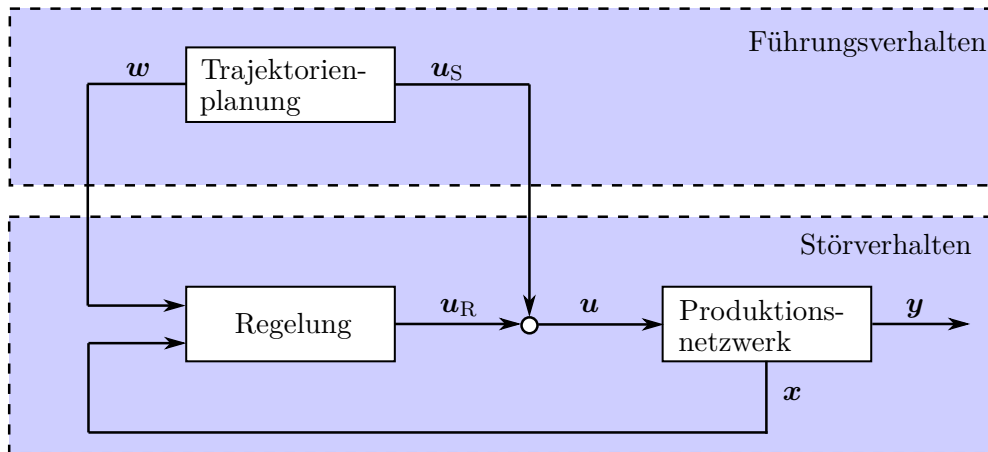


Abbildung 2.3: Zwei-Freiheitsgrade-Regelkreisstruktur. Ein Störgrößenregler führt das System entlang der von der Trajektorienplanung mittels  $u_S$  vorgesteuerten Referenztrajektorie  $w$ .

## 2.3 Zwei-Freiheitsgrade-Regelung

Die beiden vorangegangenen Abschnitte haben das System mit seinen Stellgrößen und Eigenschaften (Kapitel 2.1) sowie die angestrebten Entwurfsziele (Kapitel 2.2) vorgestellt. Davon ausgehend erläutert dieses Unterkapitel die Regelstrategie, mit der diese Ziele erreicht werden sollen.

Abbildung 2.3 zeigt die Struktur einer Zwei-Freiheitsgrade-Regelung (englisch *two-degree-of-freedom control*, kurz 2DoF-Regelung). In dieser Struktur können Führungs- und Störverhalten getrennt voneinander ausgelegt werden. Ein getrennter Entwurf von Planung und Regelung gemäß Entwurfsziel 3) ist damit möglich. Das Führungsverhalten wird im Rahmen einer Trajektorienplanung optimiert. Entwurfsziel 1) kann somit erreicht werden, falls das Optimierungsverfahren die Vorgabe aussagekräftiger Kostenfunktionen und bereits vorhandener Startlösungen erlaubt. Zugeschnittene Optimierungsalgorithmen können zudem strukturelle Systeminformationen (wie die Zusammensetzung aus schwach verkoppelten Teilsystemen) in die Trajektorienplanung einbeziehen. Nach Abschluss der Trajektorienplanung kann das System mit jenen Stellgrößen  $u_S$  vorgesteuert werden, die es (gemäß verwendetem Systemmodell) zum Führungsverhalten  $w$  veranlassen. Diese Vorsteuerung hat den Vorteil, dass der vorhandene Regler ausschließlich zur Störungskompensation verwendet und ausgelegt werden kann (Entwurfsziel 2)). Seine Aufgabe besteht darin, das reale System in Anwesenheit von Störungen und stets vorhandenen Modellabweichungen auf der Referenztrajektorie  $w$  zu führen. Ist das verwendete Trajektorienplanungsmodell hinreichend genau, um das reale System durch Vorsteuerung mit  $u_S$  zumindest in einer lokalen Umgebung von  $w$  zu betreiben, kann für den Reglerentwurf ein nur lokal gültiges Modell verwendet werden, das zumeist durch Linearisierung gewonnen wird.

Mit der gewählten 2DoF-Struktur kann die vorliegende Arbeit in die Arbeitspakete

- Modellbildung,
- Trajektorienplanung und
- Reglerentwurf

gegliedert werden. Nachfolgend erläutert Kapitel 3.1 den Stand der Technik und Forschung von Methoden zur Umsetzung dieser Arbeitspakete bezüglich MADES. Kapitel 3.2 legt den darüber hinaus geleisteten wissenschaftlichen Beitrag dar, der die Umsetzung der hier vorgestellten Regelstrategie ermöglicht.

## 3 Stand der Forschung und wissenschaftlicher Beitrag

---

Dieses Kapitel beleuchtet in der Wissenschaft bekannte Methoden zur Erreichung der in Kapitel 2.2 definierten Ziele. Zuerst wird der Stand der Technik zur formalen Beschreibung zeitgetriebener kontinuierlicher, hybrider und ereignisdiskreter Systeme dargelegt. Auf dieser Grundlage wird entschieden, die betrachteten Produktionssysteme mit zeitgetriebenen und rein ereignisdiskreten Modellen zu beschreiben. Anschließend erfolgt eine Aufbereitung des Forschungsstandes zu konkreten Konzepten, der Modellierung, Trajektorienplanung und Regelung dieser Modelle. Die bekannten Methoden werden bezüglich ihrer Übertragbarkeit auf die vorliegende Problemstellung beurteilt. Diese Basis des aktuellen Standes der Wissenschaft bildet die Entscheidungsgrundlage zur Auswahl infrage kommender Methoden als Ausgangspunkt für die eigene Forschungsarbeit. Unterkapitel 3.2 zeigt auf, wie der durch eigene wissenschaftliche Publikationen erbrachte Forschungsbeitrag Methoden unterschiedlicher Fachdisziplinen vereint, um die zuvor definierten Ziele zu erreichen.

---

### 3.1 Forschungsumfeld und Konzeptauswahl

Um das wissenschaftliche Forschungsfeld einzugrenzen, wird zunächst der Stand der Technik zur Modellierung von Systemen mit unterschiedlich stark ausgeprägten zeit- und ereignisgetriebenen Dynamikanteilen betrachtet. Die dazu herangezogenen Quellen setzen sich aus etablierten Fachbüchern, Erstveröffentlichungen und aktuellen Überblickbeiträgen zusammen. Ferner erfolgt eine Betrachtung der fachlichen Domänen, denen die vorgestellten Konzepte entspringen. Der Überblick zum Stand der Technik hat den Anspruch, eine Eingrenzung der zur Systembeschreibung verfügbaren Fülle an Modellierungskonzepten zu ermöglichen. Der Stand der Wissenschaft fußt dagegen auf neusten Forschungserkenntnissen und Publikationen zu Theorie und Anwendung. Zu seiner Aufbereitung werden infrage kommende Methoden erläutert, bereits vorhandene Anwendungen und Anwendungsideen aufgezeigt und ihre Übertragbarkeit bezüglich der gesetzten Ziele beurteilt. Diese Form der Aufbereitung erfolgt jeweils für Methoden zu den Arbeitspaketen *Modellierung*, *Trajektorienplanung* und *Regelung* (vgl. Kapitel 2.3) und ermöglicht die Auswahl konkreter Konzepte als Ausgangspunkt für die eigene Forschungsarbeit.

## Stand der Technik

Die Systemklassifizierung in Kapitel 2.1 ergab, dass die im Fokus stehenden Produktionsnetzwerke ereignisdiskretes bis hybrides Systemverhalten aufweisen. Um ein Modellierungswerkzeug fundiert auswählen zu können, bietet Abbildung 3.1 eine Übersicht etablierter Formalismen zur Beschreibung hybrider Systeme geordnet nach dem Anteil ihrer ereignis- bzw. zeitgetriebenen Dynamik. Die Grafik gibt einen Überblick des Standes der Technik aus den Blickwinkeln von Informatik und Regelungstheorie.

**Informatik** Rein ereignisdiskrete Systembeschreibungen entstanden mit den Arbeiten von Mealy und Moore [74, 76] zunächst für sequentielle Abläufe in den 1950er Jahren auf dem Gebiet der Informatik. Diese Konzepte dienten zunächst Simulations- und Verifikationszwecken von Computerhardware und -software [100]. Mit dem Aufkommen speicherprogrammierbarer Steuerungen wuchs in den 1970er und '80er Jahren das Interesse an der formalen Synthese ereignisdiskreter Systeme, die in den Arbeiten [21, 87] formalisiert wurde. Carl Adam Petri leistete mit [85] einen wichtigen Beitrag zur Beschreibung paralleler Prozesse mit Synchronisationseffekten. Diese wurden alsbald um Zeitbewertungen ergänzt und ermöglichen seither die Durchführung von Performanzanalysen, wie sie bereits in der Operationsforschung (Operations Research - OR) Anwendung fanden [100]. Steter Begleiter beim Entwurf ereignisdiskreter Systeme ist das Problem der Zustandsexplosion. Ebenfalls in den späten 1980er Jahren wurden Ansätze vorgestellt, um dieses Problem durch Fluidisierung zu lösen [37]. Dabei handelt es sich um eine Approximationsmethode, bei der insbesondere logische Informationen verloren gehen. Um dies zu vermeiden, werden oftmals partielle Fluidisierungen durchgeführt [43]. Die entstehenden partiell fluidisierten Petri-Netze entsprechen aus mathematischer Sicht hybriden Systemmodellen.

**Regelungstheorie** Auf der anderen Seite befasst sich die klassische Regelungstheorie mit der formalen Analyse und Synthese zeitgetriebener und durch Differenzialgleichungen beschreibbarer Systeme [70, 71]. Nicht differenzierbares oder gar unstetiges Systemverhalten durch Reibungseffekte, Stöße, Dioden oder Schalter lässt sich dabei nur durch nichtlineare Umschaltungen oder Sprünge abbilden [90]. Zudem wurden zeitgetriebene dynamische Systeme mit der Verbreitung von Automatisierungssystemen und speicherprogrammierbaren Steuerungen auch um logische Steuerungsanteile erweitert [100]. Daraus resultierende, stückweise affine oder gemischt logisch dynamische Systemmodelle werden gemäß Abbildung 3.1 der Klasse schaltender Systeme zugeordnet. Sie ermöglichen eine vollwertige Abbildung hybrider Phänomene. Die Äquivalenz verschiedener schaltender und hybrider Modellformen wurde in [52] gezeigt und mit HYSEL in einem Tool zur automatisierten Konvertierung zwischen diesen Modellen umgesetzt [106]. Verfügbare Methoden zu Modellierung und Entwurf derartiger Systeme sind jedoch für solche mit wenigen Schaltereignissen und vordergründig zeitgetriebenem Systemverhalten ausgelegt. In diesem Sinne stellen sie das Pendant zur Zeitbewertung ereignisdiskreter Systeme aus Sicht der Systemtheorie dar. Aus mathematischer Sicht sind auch sie jedoch vollwertige hybride Systemmodelle.

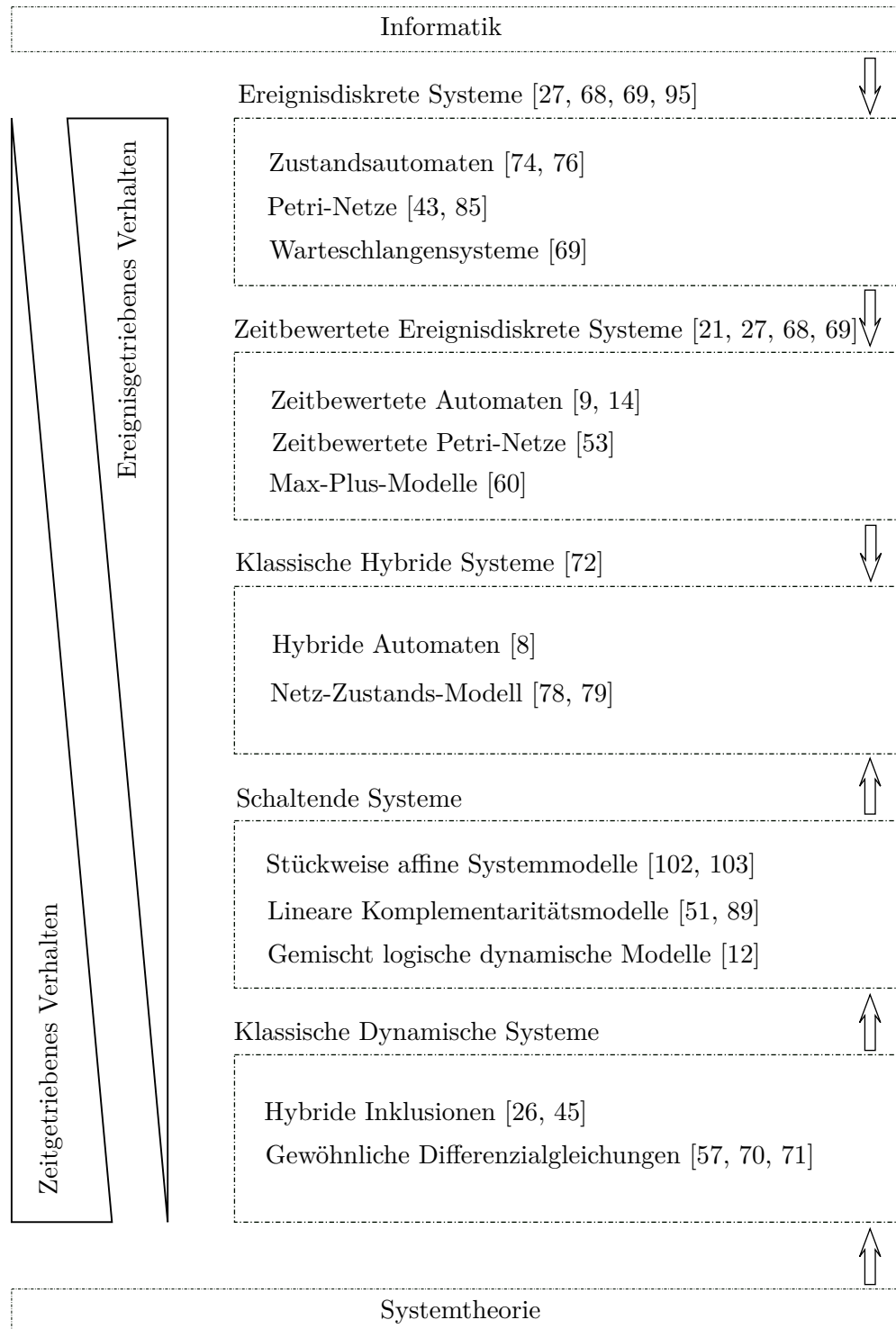


Abbildung 3.1: Übersicht zu Modellformen geordnet nach ihrer Eignung für Modellierung und Entwurf hybrider Systeme mit verschieden starker Ausprägung von zeit- bzw. ereignisgetriebenem Verhalten. Die angegebenen Quellen spiegeln den Stand der Technik wider und setzen sich zusammen aus ursprünglichen Quellen, etablierten Standardwerken, sowie aktuellen Review-papers.

**Zusammentreffen beider Welten** Abbildung 3.1 zeigt, wie beide Strömungen in der Klasse hybrider Systeme zusammentreffen. Das Netz-Zustands-Modell aus [78] oder hybride Automaten vereinen die erweiterten Ansätze der Informatik mit denen der Systemtheorie gleichberechtigt. Beide Formalismen sind modular aufgebaut und verkoppeln ereignis- und zeitgetriebenen Modellteil durch entsprechende Interfaces [22]. Somit können beide Systemteile, im Gegensatz zu Konzepten zeitbewerteter ereignisdiskreter und schaltender zeitgetriebener Systeme, unabhängig voneinander modelliert werden. Es sei jedoch angemerkt, dass jedes der in Abbildung 3.1 genannten Modelle seine Daseinsberechtigung hat: Zu aus der Informatik stammenden Konzepten existieren überwiegend Verifikations-, Analyse- und Simulationsmethoden. Regelungskonzepte beschränken sich auf passive Supervisory Control Methoden [114], die keine Regler im Sinne der Regelungstheorie darstellen oder auf modellprädiktive Regler (Model Predictive Controller - MPC), die dem zyklischen Lösen von Optimierungsproblemen bedürfen. Dagegen bieten systemtheoretische Formalismen eine ganze Bandbreite mathematischer Syntheseverfahren inklusive Stabilitätsnachweisen. Zwischen beiden Herangehensweisen liegen hybride Modelle, die Systeme beider Welten zu beschreiben vermögen [72]. Die große Modellierungsmächtigkeit hybrider Systeme entzieht jedoch vielen allgemeingültigen Entwurfs-, Analyse- und Beweismethoden ihre mathematische Grundlage und erschwert gleichzeitig eine informationstechnische Systemverifikation und -simulation.

**Auswahl einer Systemklasse** Die betrachteten Produktionssysteme besitzen vorwiegend ereignisgetriebenes, aber auch und insbesondere durch die Stellgröße variabler Produktionsgeschwindigkeiten relevantes, zeitgetriebenes Verhalten. Der zeitgetriebene Dynamikteil lässt sich durch simples, integrierendes Zeitzählverhalten modellieren. Nach Abbildung 3.1 legt dies eine Systembeschreibung durch einen der zeitbewerteten, ereignisdiskreten Modellierungsformalismen nahe. Sie stellen mit Ausnahme von Max-Plus-Modellen konsequente Erweiterungen ihrer rein ereignisdiskreten Gegenstücke dar. Vor diesem Hintergrund wird nachstehend der Stand der Forschung zu zeitbewerteten und ereignisdiskreten Modellierungs- und Entwurfsformalismen dargelegt und im Hinblick auf die Zielsetzung aus 2.2 beurteilt. Eine klassisch hybride Modellierung wird aufgrund des hohen Anteils ereignisgetriebenen Systemverhaltens und der autonomen Dynamik ( $\dot{x} = 1$ ) ausgeschlossen.

## Stand der Forschung

Dieser Abschnitt hat die Auswahl konkreter Modellierungs-, Planungs- und Regelkonzepte zum Ziel. Zu diesem Zweck wird der aktuelle Forschungsstand zeitbewerteter ereignisdiskreter Modelle für jedes dieser drei Arbeitspakete (Modellierung, Trajektorienplanung, Regelung) aufbereitet und bewertet. Auf der Basis aktueller wissenschaftlicher Veröffentlichungen wird hierzu die Idee eines jeden Konzeptes kurz erläutert. Es werden aktuelle Praxisanwendungen und publizierte Anwendungsideen aufgezeigt und die Übertragbarkeit der verwendeten Konzepte auf die vorliegende Problemstellung beurteilt. Das Unterkapitel endet mit einer konkreten Konzeptauswahl basierend auf dem Stand von Wissenschaft und Technik als Startpunkt für die vorliegende Forschungsarbeit.

## Modellbildung

Für eine modulare und transparente Modellbildung ist der Modellierungsprozess ebenso wichtig wie sein Endergebnis - das Modell. Man unterscheidet mit zustands- und prozessorientierten Modellierungskonzepten zwei unterschiedliche Herangehensweisen bei der Modellierung ereignisdiskreter Systeme [69]. Da Produktionssysteme aus der Vernetzung vieler Einzelsysteme, auf denen unabhängig von einander parallele Prozesse ablaufen können, entstehen, ist eine prozessorientierte Modellierung zweckmäßig. Automatenbasierte Modelle werden aufgrund ihrer Zustandsorientiertheit ausgeschlossen. Da jedes Automatenmodell durch ein äquivalentes Petri-Netz beschrieben werden kann [69], stellt dies zunächst keine Einschränkung dar. Weiterhin hat die Modellierung die Synthese einer Trajektorienplanung und eines Reglers zum Ziel. Folglich wird kein reines Simulations-, sondern ein Entwurfsmodell gesucht. Hierzu sind komplexe Modellerweiterungen wie gefärbte Petri-Netze und sämtliche Sorten von High-Level-Petri-Netzen ungeeignet. Für die Modellierung essenziell ist die Frage, wie zeitliche und logische Zusammenhänge für parallele Systeme in einem Modell repräsentiert werden. Etablierte Methoden zur prozessorientierten Modellierung basieren auf Petri-Netzen oder, im Bereich der Softwarespezifikation, auf weniger stark formalisierten UML-Aktivitätsdiagrammen. Letztere stellen Daten- und Kontrollflüsse in den Fokus, ermöglichen jedoch keinen formalen Reglerentwurf und werden deshalb ausgeschlossen. Abbildung 3.2 zeigt ein ereignisdiskretes Petri-Netz-Modell für ein System mit zwei parallelen Teilprozessen, die im letzten ihrer jeweils drei Prozessschritte synchronisiert werden. Jedes Teilsystem führt in einem Ereignisschritt genau eine aktivierte Transition aus. Das Beispiel soll die im Folgenden vorgestellten Konzepte zur Modellierung verbildlichen.

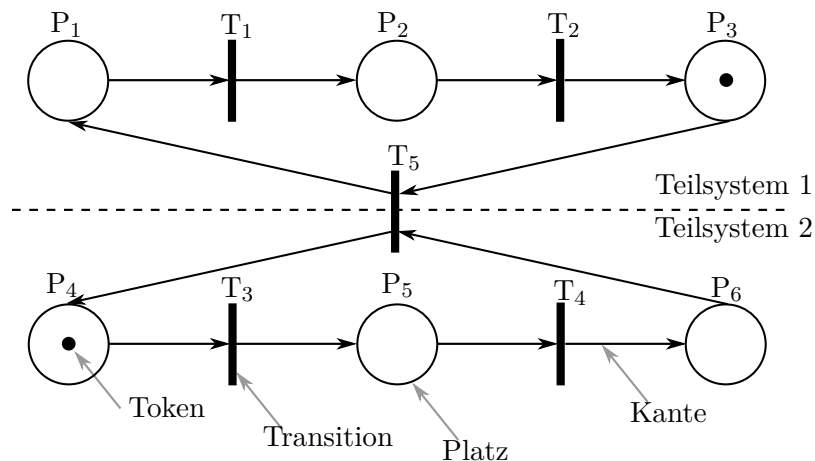


Abbildung 3.2: Petri-Netz-Modell für zwei parallele Prozesse  $T_1T_2T_5$  und  $T_3T_4T_5$ . Jeder Prozess ist einem Teilsystem zugeordnet. Beide Teilsysteme werden in ihrem letzten Prozessschritt synchronisiert.

**Petri-Netze** Klassische rein ereignisdiskrete Petri-Netze sind ein natürliches Beschreibungsmittel für parallele Systeme, die in Ressourcenkonflikten zueinander stehen. Sie erfassen ausschließlich logisch kausale Wirkzusammenhänge und besitzen keinerlei Zeitinfor-



mationen. Im Gegensatz zu Automaten werden Systemzustände in Petri-Netzen nicht explizit aufgezählt, sondern durch An- bzw. Abwesenheit von Tokens in Petri-Netz-Plätzen repräsentiert. Im Petri-Netz aus Abbildung 3.2 befindet sich das erste Teilsystem in seinem dritten Prozessschritt (Token auf Platz  $P_3$ ), während das zweite Teilsystem den Zustand seines ersten Prozessschrittes (Token auf Platz  $P_4$ ) inne hat. Paralleles Schalten von Transitionen ermöglicht eine simultane Veränderung der Tokenbelegung an verschiedenen Stellen (beispielsweise in unterschiedlichen Teilsystemen) im Petri-Netz. In Abbildung 3.2 ist lediglich Transition  $T_3$  aktiviert, da das Abschließen des jeweils letzten Prozessschrittes (Transition  $T_5$ ) die Zusammenarbeit beider Teilsysteme erfordert. Auf diese Weise werden über  $T_5$  beide Prozesse synchronisiert. Seit ihrer Erstveröffentlichung [85] wurden unzählige Petri-Netz-Modelle von Produktionssystemen vorgestellt [17, 86]. Allgemein eignen sie sich besonders zur Beschreibung verteilter Ressourcen-Verbraucher-Systeme. So werden Petri-Netze in aktuelleren Arbeiten auch zum Entwurf und Verifikation verteilter FPGA-Systeme für Smart-Home-Anwendungen [50] oder zur Kollisionsvermeidung in Systemen autonomer Fahrzeuge [73] eingesetzt. Beide Problemstellungen haben gemein, dass sie ausschließlich logische Zusammenhänge in verteilten Systemen betrachten und deshalb mit rein ereignisdiskreten Petri-Netzen beschreibbar sind. Der einzige Weg, ihnen Zeitinformationen beizumessen, ohne dazu den Formalismus zu erweitern, besteht darin, den Ereigniszähler  $k$  über eine Proportionalitätskonstante  $\Delta T$  als Zeitzähler zu interpretieren. Damit hätte jeder Prozessschritt aus Abbildung 3.2 die Dauer  $\Delta T$  und das Schalten jeder Transition ließe die Zeit um  $\Delta T$  vergehen. Sind Prozessschritte verschiedener Teilsysteme jedoch von unterschiedlicher Dauer, so müssen sie hierarchisch verfeinert werden, um auf Basis einer global einheitlichen Zeitkonstanten  $\Delta T$  dargestellt zu werden. Andernfalls führten Ereignisse - die Treiber ereignisdiskreter Systeme - zu unterschiedlichem Zeitvergehen in den jeweiligen Teilsystemen.

**Zeitbewertete Petri-Netze** Zeitbewertete Petri-Netze erlauben transitions- oder platzindividuelle Zeitbewertungen. Die dadurch entstehenden Formalismen werden entsprechend mit T-TPN oder P-TPN (Transition/Place-timed Petri nets) bezeichnet [68] und sind mathematisch äquivalent zueinander [84]. In [30] werden T-TPN verwendet, um flexible Produktionssysteme im Sinne variabler Bearbeitungsreihenfolgen von Produkten durch Maschinen zu modellieren. Modulare zeitbewertete Petri-Netz-Modelle zur Simulation von Fracht- und Transportverkehr werden in [39] vorgestellt. Derartige Modelle für reale Anwendungen dienen zumeist der Simulation und Performanzanalyse der zugrunde liegenden Systeme oder werden für zentrierte Modelle verwendet, in denen Ereignisse sequenziell aufeinander folgen. In ihnen existiert nur eine Systemzeit. Zur Beschreibung zeitbewerteter ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme macht eine global nicht einheitliche Zeitbewertung jedoch ein Konzept erforderlich, das die zeitliche Synchronisation einzelner Teilprozesse organisiert: Besitzen Transitionen paralleler Teilsysteme/Agenten verschiedene Transitionszeiten, muss das unterschiedliche Zeitvergehen mit voranschreitendem Ereigniszähler durch jeweils eine teilsystemindividuelle Uhr erfasst werden. Ein etabliertes Konzept hierzu ist das der Vektoruhr aus der Informationstheorie verteilter Systeme [40, 94]. Es verwendet Additions- und

Maximumsoperatoren, um Ereignisse unterschiedlicher Teilsysteme nicht nur logisch sondern auch zeitlich miteinander zu koordinieren. So kann Transition  $T_5$  in Abbildung 3.2 erst schalten, wenn ihre Vorplätze markiert sind. Folglich ergibt sich der  $(k+1)$ -te Aktivierungszeitpunkt  $x_5(k+1)$  von  $T_5$  zu  $x_5(k+1) = \max(x_2(k) + \Delta T_{T_2}, x_4(k) + \Delta T_{T_4})$ , wobei  $x_i(k)$  den  $k$ -ten Eintrittszeitpunkt von Transition  $T_i$  bezeichnet. Insbesondere der Maximumsoperator zur zeitlichen Teilprozesssynchronisation erschwert eine regelungstechnische Synthese derartiger Systeme aufgrund seiner mathematischen Eigenschaften: Nichtlinearität, Nichtdifferenzierbarkeit, Unstetigkeit.

**Max-Plus-Algebra** Eine Unterklasse zeitbewerteter Petri-Netze sind zeitbewertete Synchronisationsgraphen, bei denen jeder Platz genau eine Eingangs- und eine Ausgangstransition besitzt. Zeitbewertete Synchronisationsgraphen besitzen in der Max-Plus-Algebra eine lineare Zustandsraumbeschreibung. Die Max-Plus-Algebra definiert die Operatoren Max-Plus-Addition  $x \oplus y := \max(x, y)$  und Max-Plus-Multiplikation  $x \otimes y := x + y$  über  $\mathbb{R}_{\max} = \mathbb{R} \cup \{-\infty\}$  und stellt streng mathematisch einen idempotenten Halbring dar [60]. Diese Operatoren ermöglichen insbesondere die Behandlung der nicht glatten Maximumsfunktion zur Beschreibung von Synchronisationsereignissen mit Methoden der linearen Algebra. Systemtheoretische Zustände in Max-Plus-Modellen repräsentieren Eintrittszeitpunkte von Ereignissen und bieten damit eine einfache Möglichkeit, Fertigstellungszeitpunkte von Produkten oder Prozessen zu beschreiben. So ergibt sich für den Synchronisationsgraphen aus Abbildung 3.2 der Aktivierungszeitpunkt  $x_5(k+1)$  von  $T_5$  aus der linearen Max-Plus-Gleichung  $x_5(k+1) = \Delta T_{T_2} \otimes x_2(k) \oplus \Delta T_{T_4} \otimes x_4(k)$ . Die Max-Plus-Algebra kann formal um weitere Operatoren wie Minimums- oder Skalierungsoperatoren erweitert werden, um ihre Modellierungsmächtigkeit zu vergrößern. So wurden in [19, 20, 92, 93] Max-Min-Plus, Max-Min-Plus-Scaling- als auch schaltende Max-Plus-Modelle [19, 20] vorgestellt. In [59] werden Zugverkehrssysteme durch schaltende Max-Plus-Modelle abgebildet, in gemischt ganzzahlige Programme überführt und optimiert. Die Beiträge [55, 56, 96, 97, 98] befassen sich mit der modularen Erzeugung linearer Max-Plus-Modelle für Produktionssysteme. Die Modellierungen erfolgen direkt auf Basis der Produktionsnetzwerkstruktur. Übertragen auf Petri-Netze wird dabei jede Maschine durch eine einzelne Transition abstrahiert. Diese starke Vereinfachung ist nötig, da ein logischer *oder*-Operator, wie er für die Beschreibung von Entscheidungsstrukturen maschineninterner Vorgänge nötig wäre, in der (linearen) Max-Plus-Algebra nicht existiert. Folglich werden auch parallel arbeitende Maschinen in [96] durch eine Ersatzmaschine mit äquivalenter Ausbringungsmenge modelliert, um die Entscheidung, welche der parallelen Maschinen ein Werkstück verarbeiten sollte zu umgehen. Eine Differenzierung der zusammengefassten Teilsysteme ist nicht mehr möglich. Die Verwendung der Max-Plus-Algebra bezweckt eine lineare Systembeschreibung von nichtlinearen Systemen in der klassischen Algebra. Durch Erweiterungen auf schaltende Max-Plus-, Max-Min-Plus- oder Max-Min-Plus-Scaling-Modelle können Einschränkungen der Max-Plus-Algebra aufgehoben werden, jedoch geht mit ihnen auch die lineare Systembeschreibung verloren [92]. Die Beschränkung auf Synchronisationsgraphen impliziert den Verzicht auf Entscheidungsphänomene oder erfordert deren Vorab determinierung. Damit sind sie zur Synthese, die eben

diese Determinierung von Ressourcenkonflikten auf strukturiertem Wege beabsichtigt, ungeeignet.

**Fluide Petri-Netze** In [108] wird ein Überblick über fluide Petri-Netze gegeben. Durch Fluidisierung soll dem Problem der Zustandsexplosion mittels kontinuierlicher Approximationsmodelle begegnet werden. Tokens werden nicht mehr als atomar betrachtet, sondern durch einen kontinuierlichen Tokenfluss approximiert. Eine zusätzliche Zeitbewertung resultiert in einer Tokenflussgeschwindigkeit. Diese kann je nach Verwendung einer endlichen (finite server semantic - FSS - nur endlich viele Schaltungen einer Transition in einem Ereignisschritt - Spezialfall Single Server Semantik) oder unendlichen (infinite server semantic - ISS - Transitionen können in einem Ereignisschritt entsprechend ihres Aktivierungsgrades oft feuern) Serversemantik proportional zur Markierung der Prästellen einer Transition oder konstant im Falle positiver Prästellenmarkierungen sein [108]. Die Idee, diskrete Probleme durch Fluidisierung zu abstrahieren, ist nicht neu. Man nutzt sie ganz allgemein bei der Relaxierung ganzzahliger Programme und auch in vielfältigen Praxisanwendungen aus den Bereichen Telekommunikation, Logistik und Produktion [101]. Die Aussagekraft der fluidisierten Modelle ist jedoch stets im Einzelfall zu untersuchen. Insbesondere logische Informationen lassen sich mit fluiden Modellen nur unzureichend abbilden. Auch muss anwendungsbezogen eine passende Fluidisierungsmethode im Sinne einer aussagekräftigen Serversemantik ausgewählt werden. Methoden, die die Diskrepanz zwischen ereignisdiskretem Modell und kontinuierlichem Pendant reduzieren, sind ebenfalls stets anwendungsspezifisch [43].

### Trajektorienplanung

Trajektorienplanungsprobleme für ereignisdiskrete Systeme sind ebenfalls diskreter Natur. Wünschenswert sind Lösungsverfahren, die eine Ausnutzung der schwach verkoppelten Problemstruktur ermöglichen. Weiterhin soll es sowohl möglich sein, optimale Lösungen zu finden als auch die Optimierung vorzeitig unter Erhalt einer suboptimalen validen Lösung zu beenden. Die Möglichkeit einer Startwertvorgabe sollte gegeben sein. Im Rahmen dieser Arbeit kann das weitläufige Feld der diskreten Optimierung nicht angemessen diskutiert werden, weshalb für einen Gesamtüberblick exemplarisch auf [28, 61] verwiesen wird. Hier werden Lösungsmethoden für das Trajektorienplanungsproblem (zeitbewerteter) Petri-Netze stellvertretend für die Klasse (zeitbewerteter) ereignisdiskreter Systeme betrachtet. In diesem Kontext ist vom Problem optimaler Feuer- oder Transitionssequenzen die Rede. Nachfolgend wird es um die Frage gehen, welche Transitionen in welcher Reihenfolge feuern/schalten müssen, um ein Petri-Netz-Modell optimal bezüglich einer Zielfunktion von einem Anfangs- in einen Endzustand zu überführen. Letzterer kann dabei unbekannt und somit ebenfalls Teil des Optimierungsproblems sein.

**Partielle Exploration von Erreichbarkeitsgraphen** Zur Berechnung von Transitionssequenzen führen die Ansätze [63, 64, 65, 66, 67] eine partielle Exploration der Erreichbar-

keitsgraphen zugrunde liegender Petri-Netze durch. Das Erreichbarkeitsproblem, eine Transitionssequenz zu finden, die ein allgemeines Petri-Netz von einem Start- in einen Zielzustand überführt, besitzt jedoch exponentielle Zeit- und Speicherkomplexität [77]. Selbst für spezielle, azyklische oder konfliktfreie Netztypen ist das Erreichbarkeitsproblem NP-vollständig [29] und damit (vermutlich) nicht effizient lösbar. Folglich besitzen die genannten Methoden stets Backtracking-Komponenten, die eine fehlgeleitete Suche wieder zu einem Knoten im Erreichbarkeitsgraphen zurückführen, von dem aus der Zielzustand (möglicherweise) noch erreichbar war. Um den Backtracking-Aufwand so gering wie möglich zu halten, bedarf es Heuristiken, die den Abstand eines Knotens zum Zielknoten im Erreichbarkeitsgraphen schätzen und auf diese Weise Folgezustände identifizieren, deren Exploration aussichtsreich erscheint. Damit wird die Suche nach einer Transitionssequenz heuristisch geleitet, indem die Anzahl der effektiv zu explorierenden Folgeknoten im Erreichbarkeitsgraphen gegenüber uninformierten Suchalgorithmen verkleinert wird [88]. In [63] und [66] wurde die Methodik am Beispiel jeweils stark simplifizierter Produktionssysteme sowohl für den zeitbewerteten als auch für den rein ereignisdiskreten Fall demonstriert. Anwendungen der Methode auf reale Produktionssysteme mit detaillierteren Modellen sind dem Autor nicht bekannt.

Für einen Echtzeit-Fahrgemeinschaftsservice wurde in [99] eine verteilte Implementierung der Dijkstra-Pfadsuche zur Lösung des Multi-Agenten-Planungsproblems verwendet. Ein Nachteil der auf Pfadsuchen basierenden Algorithmen ist es, dass erst mit ihrer Beendigung eine valide Transitionssequenz vorliegt. In der Regel ist es nicht möglich, die Suche vorzeitig abubrechen und eine suboptimale aber ausführbare Transitionssequenz zwischen Start- und Zielzustand zu erhalten. Folglich kann auch Vorwissen in Form bekannter Startwerte dem Planungsprozess nicht ohne Weiteres zur Verfügung gestellt werden. Auch wenn die vorgestellten Algorithmen zur Berechnung von Transitionssequenzen verwendet werden, wurden sie doch primär entwickelt, um im Rahmen einer modellprädiktiven Regelung (englisch *model predictive control*, kurz MPC) eingesetzt zu werden. Dieser Anwendungsfall erfordert primär eine schnelle Vorausberechnung des Systemverhaltens bis zu einem endlichen Horizont. Nicht zuletzt aufgrund dieser unterschiedlichen Anforderungen sind die vorgestellten Algorithmen für eine langfristige Trajektorienplanung weniger gut geeignet als die im Folgenden vorgestellten Methoden zur ganzzahligen linearen Programmierung.

**Ganzzahlige lineare Programmierung** Trajektorienplanungsprobleme für DES können ebenfalls als ganzzahlige Programme formuliert und mit Verfahren aus der mathematischen Optimierung gelöst werden [41, 42]. Diese Methoden basieren für lineare Probleme auf polyedrischer Geometrie der durch die Problemnebenbedingungen festgelegten Lösungsmenge. Ohne Ganzzahligkeitsbedingung können lineare Programme effizient mittels Simplex-Algorithmus [33] oder innerer Punkte Verfahren [58] gelöst werden. Optima werden aufgrund konvexer Lösungsmenge und Zielfunktion stets in den Eckpunkten der polyedrischen Lösungsräume angenommen. Nur in speziellen Fällen total unimodularer Nebenbedingungsmatrizen sind die Eckpunkte des Polyeders zulässiger Lösungen ganzzahlig und die Lösungen des (relaxierten) linearen Programms fallen mit denen des zugehörigen ganzzahligen Programms zusammen. Andernfalls werden zumeist Schnittebenen-Verfahren [49], Branch-and-

Bound- [31] oder kombinierte Branch-and-Cut-Verfahren [83] eingesetzt, um ganzzahlige Lösungen zu finden. Kernidee dieser Verfahren ist es, das Ursprungsproblem (beispielsweise durch zusätzliche Nebenbedingungen) zu modifizieren, um sukzessive nicht-ganzzahlige Lösungen auszuschließen. Während des Lösungsprozesses müssen dabei mehrfach lineare Programme gelöst werden. Eine Strukturausnutzung zur effizienten Lösung dieser relaxierten Programme ist mittels Benders- oder Dantzig-Wolfe-Dekomposition [13, 35] aber auch mittels Lagrange-Relaxierung möglich. Obwohl Petri-Netze prädestiniert für die Modellierung lose verkoppelter Systeme sind, steht die Strukturausnutzung im Zuge einer Trajektorienplanung für solche Systeme im Fokus nur weniger Autoren. So ergab eine Scopus<sup>1</sup>-Suche für den Suchstring „*firing AND sequence AND petri AND net AND decomposition*“ am 08.01.2019 lediglich 17 Ergebnisse, von denen die 14 relevantesten Beiträge aus den Jahren 2007-2018 von der Forschungsgruppe um Professor Tatsushi Nishi von der Osaka Universität aus Japan stammen. Zum Vergleich lieferte die ansonsten identische Suche nach „*firing AND sequence AND petri AND net*“ 425 Beiträge aus den Jahren 1976-2018 und noch immer 229 Publikationen im Vergleichszeitraum 2007-2018 (Top 6 Länder nach Anzahl der Beiträge: China (60), Frankreich (56), Japan (25), USA (18), Deutschland (17), Italien (14)). In den wenigen verfügbaren Beiträgen werden Optimierungsprobleme mittels Lagrange-Relaxierung zerlegt und störende (verkoppelnde) Nebenbedingungen über Strafterme im Gütemaß berücksichtigt. Während entstandene Subprobleme in [80] mittels Dijkstra-Algorithmus gelöst werden, wird Problemen aus zeitbewerteten und hybriden Petri-Netz-Modellen von Transportsystemen autonomer Fahrzeuge in [81, 82] mit klassischer Lagrange-Relaxierung auf Basis linearer Programmierung begegnet. In jüngerer Vergangenheit wurde dieses Verfahren zur optimalen Steuerung von Verkehrssignalen und Verkehrsflüssen eingesetzt [115].

Die Trajektorienplanung mittels mathematischer Programmierung hat mehrere Vorteile. Neben der bislang selten genutzten Möglichkeit zur Strukturausnutzung lose verkoppelter Systeme können Startlösungen vorgegeben und im Optimierungsverlauf verbessert werden. Dieser Umstand ist relevant für die vorliegende Anwendung, weil die Optimierung auf Basis des vorhandenen Knowhows zur Produktionsplanung starten kann. Außerdem besteht die Möglichkeit, den Lösungsprozess, sofern bereits valide Lösungen gefunden wurden, vorzeitig abzubrechen und mit den bislang besten gefundenen Lösungen vorlieb zu nehmen. In diesem Fall kann über primale und duale Schranken sogar eine Abschätzung für die Lösungsqualität angegeben werden. Diese Eigenschaften sind unabhängig von konkreten Probleminstanzen. Weiterhin können Optimierungsprozesse kompetitiver mathematischer Solver wie SCIP, CPLEX oder Gurobi durch problemspezifische Heuristiken (Verzweigungsregeln, oder zugeschnittene Subproblemlösungsmethoden) weiter beschleunigt werden. Auf die Thematisierung problemspezifischer Heuristiken wird in dieser Arbeit jedoch verzichtet und die in Kapitel 4 präsentierte Methodik für beliebige Instanzen der Systemklasse ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme offen gehalten.

---

<sup>1</sup>Nach eigenen Angaben „[...] die größte Abstract- und Zitationsdatenbank für peer-reviewte Literatur: wissenschaftliche Zeitschriften, Bücher und Tagungsberichte“ [08.01.2019 auf <https://www.elsevier.com/de-de/solutions/scopus>]

## Regelung

Die klassische Regelungstheorie dynamischer Systeme versteht unter einem Regler eine Einrichtung, „[...] die unter Nutzung der gemessenen Werte die Stellgröße so vorgibt, dass das geregelte System das Regelungsziel erfüllt.“ (Seite 4 in [70]). Regelziel ist es, „[...] die messbare Größe auf einem vorgegebenen konstanten Wert zu halten oder in der durch die Führungsgröße vorgegebenen Weise zeitlich zu verändern.“ (Seite 4 in [70]).

**Supervisory Control und passive Regelungen** Im Kontext ereignisdiskreter Systeme wird unter dem Begriff der Regelung jedoch oftmals das Hindern eines Systems am Ausführen unerwünschter Transitionen oder am Einnehmen unerwünschter Zustände verstanden. Grundidee ist es, Systeme durch einen Supervisor auf ein durch legale Zustände und Transitionen spezifiziertes Verhalten zu beschränken. Unter dem Namen Supervisory Control wird dieses Regelziel auf Basis formaler Sprachen verfolgt [95, 114]. Diese Methoden basieren wesentlich auf [87] und wurden in [21] auf ereignisdiskrete Systeme mit Zeitbewertungen erweitert. In [113] wird ein Supervisor auch als „disabling agent“ bezeichnet, um ihm vom Regler im Sinne der Regelungstheorie, dem „forcing agent“ abzugrenzen. In [23, 36] werden statische Zustandsrückführungen in Max-Plus-Matrix-Dioiden angegeben. Dabei werden Max-Plus-Systeme unter Einsatz der „Residuation Theory“ im Dioid  $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\delta, \gamma]$  beschrieben. Diese Form der Darstellung ähnelt der Frequenzbereichsdarstellung für zeitgetriebene Systeme und wird zur systematischen Synthese von Ausgangsrückführungen eingesetzt. Für weiterführende Informationen zu diesem Rahmenwerk sei auf [24] verwiesen. In der Petri-Netz-Semantik resultieren auf diesem Wege gefundene Regelgesetze in Verkopplungen des System-Synchronisationsgraphen mit zusätzlichen Transitionen und Plätzen, über welche Ausgangsereignisse zurückgekoppelt werden. Damit stellen sie zusätzliche Aktivierungsbedingungen an Systemtransitionen und sind deshalb ebenfalls passive Regler. In [36] werden Max-Plus-Systeme zur Regelung einfacher Produktionssysteme verwendet, um Produktionsgeschwindigkeit und interne Werkstückpuffergrößen gegeneinander abzuwägen. Der Einsatz eines Supervisors zur Trajektorienfolge erfordert, dass der Initialzustand des Systems auf der Referenztrajektorie liegt. Im anschließenden Verlauf muss der Supervisor sicherstellen, dass das System seine Referenztrajektorie nicht mehr verlässt. Dazu müsste jedoch jede erdenkliche Form von Störereignissen im Vorfeld bekannt sein und modelliert werden, um ihr Auftreten durch einen Supervisor verhindern zu können. Diese Eigenschaft haben alle in diesem Sinne passiven Regelkonzepte gemein.

**Aktive Regelungen** Aktive Regelungen für ereignisdiskrete Systeme beinhalten notwendigerweise eine Optimierungseinheit. In [91] wird ein Konzept zur (aktiven) Folgeregung deterministischer I/O-Automaten vorgestellt. Darin findet eine Planungseinheit zunächst eine valide Transitionssequenz, die das System in einen gewünschten Endzustand überführt. Anschließend sorgt eine Regelungseinheit, ebenfalls durch einen deterministischen I/O-Automaten gegeben, für das Ausführen dieser Transitionssequenz und das Verfolgen der vorgegebenen Trajektorie. Weitere Ansätze basieren auf dem Konzept der modellprä-

diktiven Regelung. Dabei werden Transitionssequenzen wiederkehrend und bis zu einer bestimmten Tiefe ausgehend vom gemessenen Systemzustand geplant. Nach Applikation einer Transition und Messung des resultierenden Systemzustandes wird der Vorgang wiederholt. In [42] wird zum Auffinden einer optimalen Transitionssequenz, zyklisch ein ganzzahliges lineares Programm gelöst. Die Ansätze [63, 64, 65, 66, 67] basieren dagegen auf wiederkehrender (partieller) Exploration des Erreichbarkeitsgraphen des zugrundeliegenden ereignisdiskreten Systems. Zentral bei diesen Ansätzen ist die Wahl eines geeigneten Gütemaßes und damit einer Metrik für die Qualitätsbewertung der Transitionssequenzen [1]. Weiterhin existieren derartige MPC-inspirierte Methoden zur Regelung von Max-Plus-Systemen [18, 93] und deren Erweiterungen auf Max-Min-Plus- sowie Max-Min-Plus-Scaling-Systeme [92, 93]. Bekannte Umsetzungen der Methoden erfolgten bislang an akademischen Beispielen, die zumeist nur Materialflüsse, nicht aber maschineninterne Zustände modellieren. So werden in [41, 42] Folgeregler für Petri-Netze unter Verwendung ganzzahliger Programmierung vorgestellt und an einem einfachen Produktionsbeispiel demonstriert. Die auf der partiellen Exploration des Erreichbarkeitsgraphen basierenden Methoden wurden in [63, 66] an simplifizierten Produktionssystemen demonstriert. Für den Einsatz in einem Zwei-Freiheitsgrade-Regelkreis sind die im hier definierten Sinne aktiven Regler anwendbar, da sie das System nach Auftreten von Störungen aktiv auf seine Referenztrajektorie zurückführen können. Im Falle ereignisdiskreter Systeme ist das Lösen der bei einer MPC auftretenden ganzzahligen Optimierungsprobleme für größere Produktionsnetzwerke jedoch sehr rechenaufwendig.

## Konzeptauswahl

In den vorangegangenen Abschnitten wurde der Stand der Wissenschaft für zeitbewertete und ereignisdiskrete Systeme im Hinblick auf die Arbeitspakete *Modellierung*, *Trajektorienplanung* und *Regelung* aufbereitet. Auf dieser Basis wird nun eine Konzeptauswahl getroffen.

Vollständig fluidisierte Modelle besitzen keine Möglichkeit, das Produktionssystemen immanente ereignisdiskrete Systemverhalten abzubilden. Partiiell fluidisierte Petri-Netze sind hybride Modellformen und erschweren die Anwendung klassischer Reglerentwurfsverfahren. Aus diesen Gründen werden fluidisierte Petri-Netze zur Grundmodellierung ausgeschlossen. Die Max-Plus-Algebra vermag es, zeitbewertete Synchronisationsgraphen auf linearem Wege zu beschreiben. Mit Synchronisationsgraphen können jedoch keine Entscheidungsprobleme beschrieben werden, die zur Systemmodellierung mit den angestrebten Entwurfsabsichten benötigt werden. Durch sämtliche Erweiterungen der Max-Plus-Algebra geht ihr Vorteil einer linearen Systembeschreibung verloren. Darum wird die Max-Plus-Algebra als Modellierungskonzept ausgeschlossen. Allgemeine zeitbewertete Petri-Netze führen aufgrund der verteilten Systemstruktur von Produktionsnetzwerken nur in Verbindung mit entsprechenden Konzepten wie der Vektoruhr zu global eindeutiger Erfassung von Ereigniszeitpunkten. Der dazu nötige Maximumoperator würde Entwurfsaufgaben aufgrund seiner nichtlinearen Eigenschaften jedoch stark erschweren und die Einsetzbarkeit ansonsten sehr gut geeigneter Konzepte der linearen ganzzahligen Programmierung verhindern. Darum werden allgemeine zeitbewertete Petri-Netze als Modellierungskonzept ausgeschlossen. Da keine der Erweite-

rungen ursprünglicher Petri-Netze einen zufriedenstellenden Mehrwert für die Entwurfsaufgabe bietet, wird der Basisformalismus zur Modellierung verwendet. Aufgrund der oben genannten Vorteile gegenüber auf Erreichbarkeitsgraphen operierenden Algorithmen sollen Trajektorienplanungsprobleme mittels ganzzahliger linearer Optimierung gelöst werden. Die lose verkoppelte Systemstruktur soll durch Einsatz von Dekompositionsverfahren ausgenutzt werden. Für den Zwei-Freiheitsgrade-Entwurf wird ein aktiver Regler im Sinne eines „forcing agents“ benötigt. Passive Supervisory Controller scheiden damit aus. Der Idee des Zwei-Freiheitsgrade-Entwurfs folgend wird der Reglerentwurf auf Basis eines vereinfachten Systemmodells angestrebt. Aufgrund ihrer Einfachheit liegen statische Zustandsrückführungen im Fokus. Eine modellprädiktive Regelung wird nicht zuletzt aufgrund ihres im Falle ganzzahliger Probleme hohen Rechenaufwandes ausgeschlossen.

## 3.2 Wissenschaftliche Lücke und eigener Beitrag

Im vorangegangenen Abschnitt wurden Konzepte auf dem Stand von Wissenschaft und Forschung zum thematischen Umfeld dargelegt. Eine Beurteilung der in der Wissenschaft bekannten Methoden im Hinblick auf die umzusetzenden Ziele aus Kapitel 2.2 ermöglichte bereits die Auswahl rein ereignisdiskreter Petri-Netze zur Systemmodellierung als Basis für eine Trajektorienplanung unter Einsatz von Dekompositionsverfahren. Um Produktionssysteme auch unter Störeinflüssen entlang vorausberechneter Trajektorien zu führen, soll eine statische Rückführung als (aktiver) Störgrößenregler auf Basis eines klassischen linearen Zustandsraummodells entworfen werden. Diese Konzeptauswahl bildet den Ausgangspunkt für die vorliegende Arbeit. Nachstehende Erläuterungen zum Forschungsbeitrag dieser Arbeit seien durch einen Aphorismus des Zufallsforschers und Finanzmathematikers Nassim Nicholas Taleb von Seite zwölf der deutschen Übersetzung [105] von [104] eingeleitet:

*„Die Originalität einer Idee erweist sich nicht dadurch, dass sie keinen Vorgänger hat, sondern dadurch, dass es viele, aber miteinander unvereinbare waren.“*

In diesem Sinne zeigt Abbildung 3.3, wie eigene Publikationen in die Problemlösung einfließen, indem sie Methoden und Konzepte unterschiedlicher Fachdisziplinen miteinander verbinden. Die in den Kapiteln 1.1 und 2 beschriebene Problemstellung wird in dem konzeptionell regelungstechnischen Beitrag [3] formalisiert und auf Basis der Zwei-Freiheitsgrade-Regelstrategie in Teilprobleme zerlegt. Sie ermöglicht die systematische Integration zweier zunächst eigenständiger Modellierungsformalismen ereignis- und zeitgetriebener Systeme in einer gemeinsamen 2DoF-Regelkreisstruktur, ohne dabei auf komplexe hybride Modellierungsformalismen zurückzugreifen. Damit wird auf der Anwendungsseite zugleich ein Beitrag zur vertikalen Integration von Produktionsplanung und -regelung innerhalb der Automatisierungspyramide erbracht.

Das vorgestellte Regelungskonzept sieht zur Trajektorienplanung eine ereignisdiskrete Modellierung auf Basis von aus der Informatik stammenden Petri-Netzen vor. Hierzu wurde in [2] ein systemtheoretischer Beitrag zur Modellierung ereignisdiskreter Multi-Agenten-



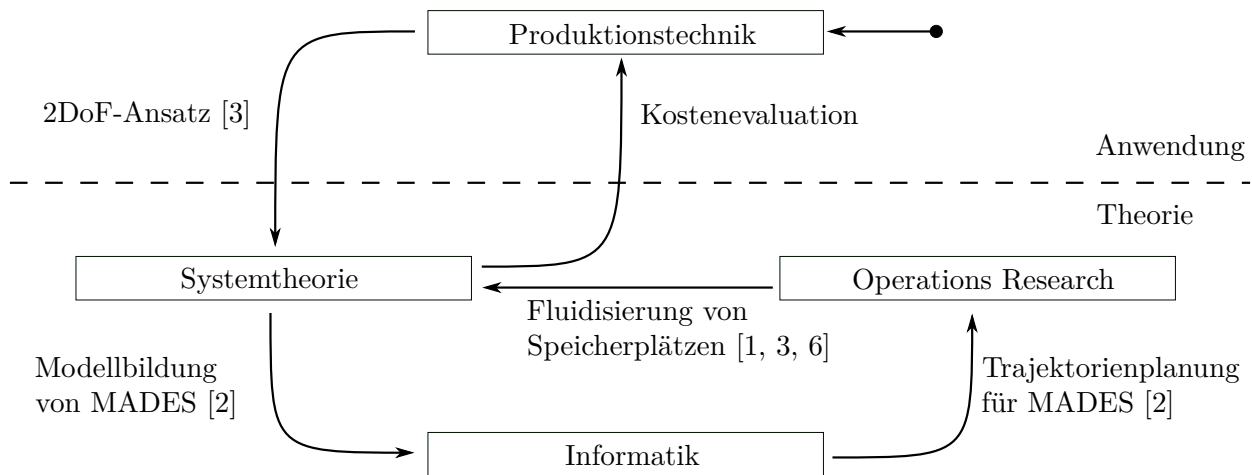


Abbildung 3.3: Eigene Forschungsbeiträge verbinden Methoden unterschiedlicher Fachdisziplinen und tragen auf diese Weise zur Problemlösung bei.

Systeme durch strukturierte Petri-Netze geleistet. Weiterhin erläutert [2] die Ausnutzung eben dieser Struktureigenschaften im Rahmen der Trajektorienplanung durch aus der Operations Research bekannte Branch-and-Price-Verfahren. Zur Herleitung eines vereinfachten Reglerentwurfsmodells wird der Fluidisierungsgedanke, gepaart mit den in [1] angestellten Grundüberlegungen zu geeigneten Metriken für Petri-Netze, herangezogen. Dabei wird die Menge der Plätze im Petri-Netz-Modell auf die regelungstechnisch relevante Menge gedächtnisbehafteter Zustände reduziert und fluidisiert. Die Idee, Produktionsnetzwerke auf Basis dieser Zustandsinformationen zu regeln, wurde zur Patentanmeldung gebracht [6] und bildet die Grundlage für weitere Forschungen auf dem Gebiet der Regelung von Flussnetzwerken [5]. Die Beurteilung der durch diese Beiträge ermöglichten Problemlösung für das Anwendungsfeld der Produktionstechnik erfolgte im Rahmen einer betriebswirtschaftlichen Kostenanalyse. Letztere wurde in Form einer Sensitivitätsanalyse durchgeführt, um abzuschätzen, unter welchen Voraussetzungen eine Abkehr vom vorherrschenden Produktionsparadigma maximaler Prozessgeschwindigkeiten selbst in dafür ausgelegten Performanzindikatoren Verbesserungspotentiale birgt. Nebst dieser Arbeit wurde auf der Anwendungsseite an einem Patent zur iterativen Optimierung von Zerspanungsprozessen [7] und an einem wissenschaftlichen Beitrag zur Nutzung von Freiheitsgraden in stellgrößenbeschränkten Reach-Control-Problemen [4] mitgewirkt.

## 4 Theoretische Konzepte ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme

---

Im vorangegangenen Kapitel wurden klassische Petri-Netze für die ereignisdiskrete Modellierung von Produktionsnetzwerken ausgewählt. Sie werden in Abschnitt 4.1 formal definiert und zur kompositionellen Modellierung von ereignisdiskreten Multi-Agenten-Systemen (MADES) spezifiziert. Unterkapitel 4.2 formuliert Trajektorienplanungsprobleme für MADES, während 4.3 zeigt, wie diese mittels Branch-and-Price Verfahren verteilt gelöst werden können. Zuletzt werden in Unterkapitel 4.4 durch partielle Fluidisierung approximierte Modelle zur Reglersynthese für das Störverhalten hergeleitet.

---

### 4.1 Modellierung ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme mit Petri-Netzen

Dieses Kapitel erläutert allgemeine Grundlagen von Petri-Netzen zur Modellierung von DES. Davon ausgehend wird die Unterklasse ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme (MADES) vorgestellt. Es wird aufgezeigt, wie MADES auf kompositionellem Wege modelliert werden können. Während sich die allgemeinen Grundlagen zu Petri-Netzen an den Standardwerken [68, 69] orientieren, basiert die Theorie zu MADES auf der eigenen Publikation [2] und darin zitierten Quellen.

#### 4.1.1 Grundlagen Petri-Netze

Nachfolgend wird der Petri-Netz-Formalismus definiert. Es wird eine matrixbasierte Definition angegeben, da sie im Gegensatz zu mengenbasierten Definitionen die Anwendung der hier eingesetzten algebraischen Methoden ermöglicht. Abbildung 4.1 zeigt den Graphen eines Petri-Netzes. Es handelt sich um einen bipartiten Graphen, in dem Plätze und Transitionen als disjunkte Knotenmengen auftreten, deren Elemente durch gewichtete und gerichtete Kanten miteinander verbunden sind. Plätze enthalten Tokenmarkierungen, die den Netzwerkzustand widerspiegeln. Mit den gewählten Kantengewichten stellt Abbildung 4.1 ein simples ereignisdiskretes Modell für das Produktionsnetzwerk aus Abbildung 2.1 auf Seite 6 ohne Mitarbeiter dar. Dabei wurden Produktionsmaschinen abstrahiert durch

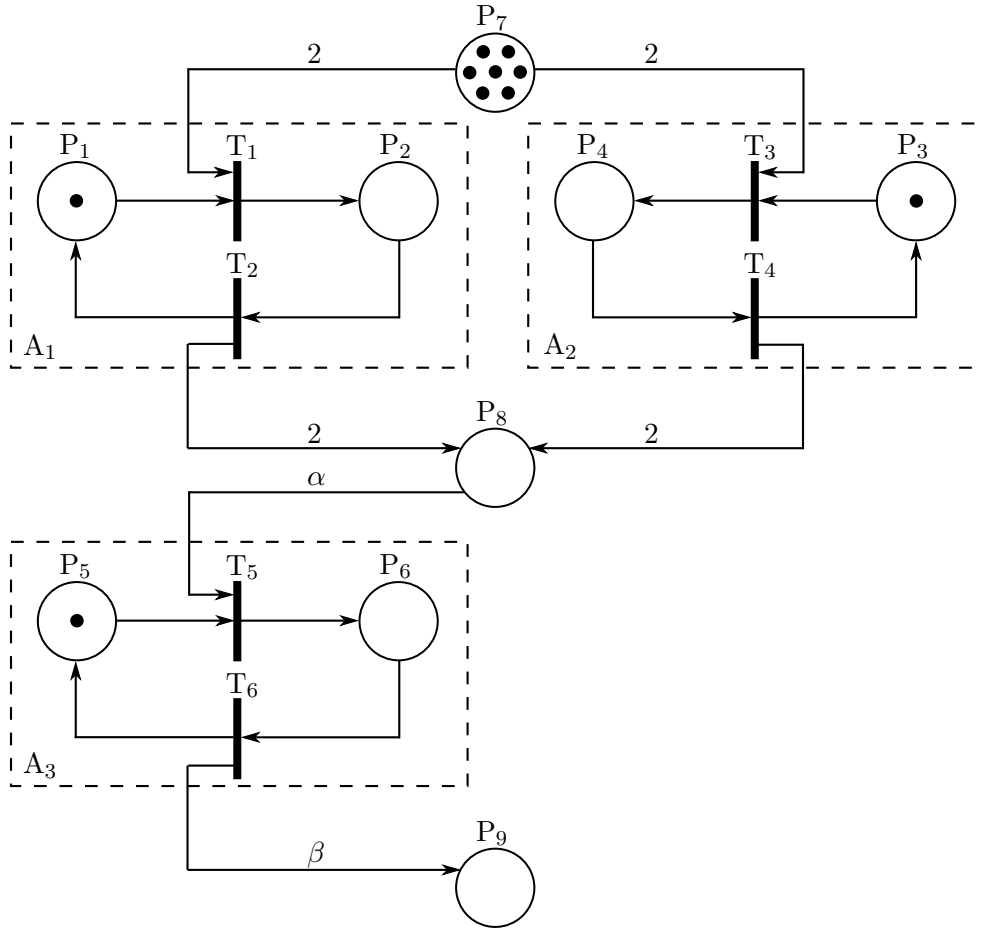


Abbildung 4.1: Petri-Netz-Graph eines MADES bestehend aus drei Agenten, die über die Plätze  $P_7, \dots, P_9$  miteinander verkoppelt sind. Es handelt sich um eine stark vereinfachte Modellierung des Produktionsnetzwerkes aus Abbildung 2.1 auf Seite 6.

die drei Agenten  $A_1, A_2, A_3$  modelliert. Sie können lediglich zwischen einem *Idle*-Zustand ( $P_1, P_3, P_5$ ) und einem *Work*-Zustand ( $P_2, P_4, P_6$ ) wechseln und auf diese Weise Werkstücke entlang der Produktionslinie von  $P_7$  über  $P_8$  nach  $P_9$  überführen.

Die folgende Definition ermöglicht es, sich von der graphischen Netzdarstellung zu lösen und Petri-Netze algebraisch zu beschreiben.

**Definition 4.1** (Petri-Netz). Das 6-Tupel  $\mathcal{PN} = \langle \mathcal{P}, \mathcal{T}, \mathbf{N}^+, \mathbf{N}^-, \overline{\mathbf{m}}, \mathbf{m} \rangle$  heißt (initialisiertes) Petri-Netz, falls gilt:

1.  $\mathcal{P}$  und  $\mathcal{T}$  sind endliche, nichtleere und disjunkte Knotenmengen.
2.  $n_{i,j}^+ \in \mathbb{N}_0$  ist das Kantengewicht der gerichteten Kante von Transition  $T_j \in \mathcal{T}$  zu Platz  $P_i \in \mathcal{P}$ . Für nicht existierende Kanten gilt  $n_{i,j}^+ = 0$ . Für  $i = 1, \dots, |\mathcal{P}|$  und  $j = 1, \dots, |\mathcal{T}|$  sind alle Elemente  $n_{i,j}^+$  in der Matrix  $\mathbf{N}^+ \in \mathbb{N}_0^{|\mathcal{P}| \times |\mathcal{T}|}$  zusammengefasst.

3.  $n_{i,j}^- \in \mathbb{N}_0$  ist das Kantengewicht der gerichteten Kante von Platz  $P_i \in \mathcal{P}$  zu Transition  $T_j \in \mathcal{T}$ . Für nicht existierende Kanten gilt  $n_{i,j}^- = 0$ . Für  $i = 1, \dots, |\mathcal{P}|$  und  $j = 1, \dots, |\mathcal{T}|$  sind alle Elemente  $n_{i,j}^-$  in der Matrix  $\mathbf{N}^- \in \mathbb{N}_0^{|\mathcal{P}| \times |\mathcal{T}|}$  zusammengefasst.
4.  $\bar{m}_i \in \mathbb{N}$  ist die dem Platz  $P_i \in \mathcal{P}$  zugeordnete (Token-)Kapazität. Für  $i = 1, \dots, |\mathcal{P}|$  sind alle Elemente  $\bar{m}_i$  im Kapazitätsvektor  $\bar{\mathbf{m}} \in \mathbb{N}^{|\mathcal{P}|}$  zusammengefasst.
5.  $m_i \in \mathbb{N}_0$  ist die (Token-)Markierung von Platz  $P_i \in \mathcal{P}$  und hält mit  $m_i \leq \bar{m}_i$  dessen Kapazität ein. Für  $i = 1, \dots, |\mathcal{P}|$  sind alle Elemente  $m_i$  im Markierungsvektor  $\mathbf{m}$  zusammengefasst.

Wendet man Definition 4.1 auf das Petri-Netz in Abbildung 4.1 an, so findet man  $\mathcal{P} = \{P_1, \dots, P_9\}$  und  $\mathcal{T} = \{T_1, \dots, T_6\}$ , sowie

$$\mathbf{N}^+ = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N}^- = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{m}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 7 \\ 7 \\ 7 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{m}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 7 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

Elemente des Kapazitätsvektors  $\bar{\mathbf{m}}$  wurden beliebig für  $P_1, \dots, P_6$  zu eins und für  $P_7, \dots, P_9$  zu sieben gewählt. In den Matrizen für  $\mathbf{N}^+$  und  $\mathbf{N}^-$  sind diejenigen Elemente blau umrandet, die die Subsysteme der einzelnen Agenten des MADES beschreiben.

Darüber hinaus bezeichnen  $\bullet P_i$  bzw.  $\bullet T_j$  die Vorbereiche von Platz  $P_i$  bzw. Transition  $T_j$ . Sie entsprechen der Menge der Knoten, von denen ausgehend Kanten auf  $P_i$  bzw.  $T_j$  gerichtet sind. Für Abbildung 4.1 gilt  $\bullet P_8 = \{T_2, T_4\}$  und  $\bullet T_5 = \{P_5, P_8\}$ . Analog werden die Nachbereiche  $P_i \bullet$  bzw.  $T_j \bullet$  definiert, womit sich im betrachteten Beispiel  $P_8 \bullet = \{T_5\}$  und  $T_5 \bullet = \{P_6\}$  ergeben. In dieser Arbeit werden stets schleifenfreie Petri-Netze betrachtet. Damit gilt  $\bullet T_j \cap T_j \bullet = \emptyset$  für  $j = 1, \dots, |\mathcal{T}|$  und  $\bullet P_i \cap P_i \bullet = \emptyset$  für  $i = 1, \dots, |\mathcal{P}|$ . Im Falle schleifenfreier Petri-Netze sind die Einträge aus  $\mathbf{N}^+$  und  $\mathbf{N}^-$  disjunkt zueinander, und es gilt  $n_{i,j}^+ \neq 0 \implies n_{i,j}^- = 0$  sowie  $n_{i,j}^- \neq 0 \implies n_{i,j}^+ = 0$ . Folglich sind schleifenfreie Petri-Netze durch die Netzmatrix  $\mathbf{N} = \mathbf{N}^+ - \mathbf{N}^-$  eindeutig charakterisiert.

Mit der Netzmatrix  $\mathbf{N}$  und Definition 4.1 kann die Zustands- bzw. Markierungsübergangsgleichung

$$\mathbf{m}(k+1) = \mathbf{m}(k) + \mathbf{N}\mathbf{t}(k) \quad \text{mit } \mathbf{t} \in \mathcal{T}_{\text{active}} \subseteq \mathbb{N}_0^{|\mathcal{T}|} \quad (4.2)$$

angegeben werden, wobei  $\mathbf{t}$  den Transitionsvektor bezeichnet, dessen  $j$ -tes Element entsprechend das (ggf. mehrfache) Schalten/Feuern der Transition  $T_j$  repräsentiert. Die Menge aktiver und damit schalt- oder feuerbarer Transitionen ergibt sich aus

$$\mathcal{T}_{\text{active}}(\mathbf{m}(k)) = \left\{ \mathbf{t}(k) \in \mathbb{N}_0^{|\mathcal{T}|} : \mathbf{m}(k) \geq \mathbf{N}^- \mathbf{t}(k) \wedge \bar{\mathbf{m}} \geq \mathbf{m}(k) + \mathbf{N}^+ \mathbf{t}(k) \right\}, \quad (4.3)$$

wobei  $\mathbf{m}(k) \geq \mathbf{N}^- \mathbf{t}(k)$  sicherstellt, dass in allen Vorplätzen ausreichend viele Tokens vorhanden sind und  $\bar{\mathbf{m}} \geq \mathbf{m}(k) + \mathbf{N}^+ \mathbf{t}(k)$  gewährleistet, dass Nachplätze eine ausreichende Kapazität zur Tokenaufnahme besitzen. Dies impliziert auch, dass beim Feuern von  $\mathbf{t}(k)$  keine negativen Platzmarkierungen entstehen und die Kapazitätsgrenzen  $\mathbf{m}(k) \leq \bar{\mathbf{m}} \forall k$  eingehalten werden. So ergibt sich für das Beispiel aus Abbildung 4.1 die Menge aktiver Transitionen  $\mathcal{T}_{\text{active}}(\mathbf{m}(0)) = \{T_1, T_3\}$ . Das Feuern beider aktiver Transitionen wird in (4.2) mit dem Transitionsvektor  $\mathbf{t}(k=0) = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_3$  durchgeführt, wobei  $\mathbf{e}_i$  den  $i$ -ten Einheitsvektor passender Dimension notiert. Daraus resultiert die Markierung  $\mathbf{m}(k=1) = [0, 1, 0, 1, 1, 0, 3, 0, 0]^T$ .

Der ursprüngliche Petri-Netz-Formalismus [85] unterliegt der „kann“-Schaltregel, nach der aktive Transitionen gemäß (4.3) in einem Ereignisschritt schalten können, dies aber nicht müssen. Auch sind keine Konfliktlösungen vorgegeben, die eine sich wechselseitig ausschließende Aktiviertheit von Transitionen regelt. Daraus folgt zunächst ein nichtdeterministisches Verhalten, das durch eine steuerungstechnische Interpretation nach [69] aufgelöst wird. Dabei werden Transitionen um Steuereingänge erweitert, über die das Schalten aktivierter Transitionen verhindert und somit ein gewünschtes und deterministisches Verhalten erzielt werden kann. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit ist dies stets für sämtliche Transitionen möglich, weshalb auf eine explizite Darstellung der zusätzlichen Steuereingänge verzichtet wird.

### 4.1.2 Kompositionelle Modellierung

Dieser Abschnitt spezifiziert den vorgestellten Petri-Netz-Formalismus zur kompositionellen Modellierung von MADES. Die Hauptbestandteile von MADES, Agenten, sind durch die Definitionen 4.2 und 4.3 charakterisiert.

**Definition 4.2 (Agenten).** Ein Element  $A_i \in \mathcal{A}$  heißt (ereignisdiskreter) Agent und ist durch ein schleifenfreies Petri-Netz nach Definition 4.1 und damit durch das 5-Tupel  $\mathcal{PN}_{A_i} = \langle \mathcal{P}_{A_i}, \mathcal{T}_{A_i}, \mathbf{N}_{A_i}, \bar{\mathbf{m}}_{A_i}, \mathbf{m}_{A_i} \rangle$  mit  $\mathbf{N}_{A_i} = \mathbf{N}_{A_i}^+ - \mathbf{N}_{A_i}^-$  definiert. Für paarweise verschiedene Agenten  $A_i, A_j \in \mathcal{A}$  gilt  $\forall i \neq j$ :

- 1)  $\mathcal{P}_{A_i} \cap \mathcal{P}_{A_j} = \emptyset \wedge \mathcal{T}_{A_i} \cap \mathcal{T}_{A_j} = \emptyset$ ,
- 2)  $\forall P \in \mathcal{P}_{A_i} : \bullet P \cap \mathcal{T}_{A_j} = \emptyset \wedge P \bullet \cap \mathcal{T}_{A_j} = \emptyset$ .

Nach Definition 4.2 sind Agenten Teile von Petri-Netzen, die weder Plätze noch Transitionen mit anderen Agenten teilen. Auch ist die Ausführung von Transitionen eines Agenten nicht unmittelbar durch Platzmarkierungen anderer Agenten bedingt. Zudem wird folgende Annahme getroffen:

**Annahme 4.1 (Transitionen und Agenten).** Ausschließlich Agenten besitzen die Fähigkeit, über Transitionen zu agieren und Aktionen auszulösen. Jeder Agent führt zu jedem Ereignisschritt genau eine Transition aus.

Die Annahme, dass jeder Agent zu jedem Ereignisschritt genau eine Transition ausführt, erfolgt aus technischen Gründen. Sie stellt insofern keine Beschränkung der Allgemeinheit dar, als dass jeder Agent um eine leere Transition  $T$  mit  $\bullet T = \emptyset \wedge T\bullet = \emptyset$  erweitert werden kann. Neben Agenten besteht ein MADES aus Netzwerkplätzen, über die Interaktionen zwischen Agenten möglich werden.

**Definition 4.3** (Netzwerkplätze). Elemente  $P \in \mathcal{P}$  eines Petri-Netzes nach Definition 4.1 heißen Netzwerkplätze, sofern sie keinem Agenten zugeordnet sind.

**Theorem 4.1** (Verkopplung von Agenten). Agenten nach Definition 4.2 werden miteinander verkopgelt, indem die sie beschreibenden Petri-Netze  $\mathcal{PN}_{A_i}$  über Netzwerkplätze gemäß Definition 4.3 miteinander verbunden werden. Unter Annahme 4.1 können Agenten ausschließlich über Netzwerkplätze miteinander verkopgelt werden. Sie stellen gemeinsam genutzte Ressourcen dar, über deren Allokation Agenten mittelbar interagieren.

**Beweis 4.1.** Zur Verkopplung zweier Agenten  $A_i$  und  $A_j$  mit  $i \neq j$  sind grundsätzlich drei Möglichkeiten denkbar: Verkopplung über

- 1) zusätzliche Kanten zwischen Transitionen oder Plätzen von  $A_i$  und  $A_j$ ,
- 2) eine zusätzliche Menge an Transitionen  $\mathcal{T}^*$ ,
- 3) eine zusätzliche Menge an Plätzen  $\mathcal{P}^*$ .

Eine direkte Verkopplung über Kanten zwischen  $\mathcal{P}_{A_i, \text{sub}} \subseteq \mathcal{P}_{A_i}$  und  $\mathcal{T}_{A_j, \text{sub}} \subseteq \mathcal{T}_{A_j}$  würde den zweiten Punkt aus Definition 4.2 verletzen und  $A_i$ ,  $A_j$  ununterscheidbar zu einem Gesamtagenten verschmelzen. Unter Annahme 4.1 gilt für die Gesamtheit aller Transitionen  $\mathcal{T} = \mathcal{T}_{A_1} \cup \dots \cup \mathcal{T}_{A_{|\mathcal{A}|}}$ . Neu eingeführte Transitionen  $\mathcal{T}^*$  müssen daher stets Agenten zugeordnet werden. Statt einer Verkopplung von  $A_i$  und  $A_j$  hätte 2) folglich eine Veränderung der Agentenmodelle zur Folge. Ausschließlich Verbindungen zwischen  $\mathcal{T}_{A_i, \text{sub}} \subseteq \mathcal{T}_{A_i}$  und  $\mathcal{T}_{A_j, \text{sub}} \subseteq \mathcal{T}_{A_j}$  mit neu eingeführten Netzwerkplätzen  $\mathcal{P}^*$  gemäß Definition 4.3 führen zu einem zusammenhängenden Agentengraphen, der Definition 4.2 genügt und Agenten miteinander verkopgelt.  $\square$

Damit kann die in dieser Arbeit betrachtete Klasse ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme auf der Basis von Petri-Netzen definiert werden.

**Definition 4.4** (MADES). Ein Petri-Netz heißt ereignisdiskretes Multi-Agenten-System (MADES), wenn es sich aus einer nichtleeren Menge  $\mathcal{A}$  von Agenten nach Definition 4.2 und verkopplenden Netzwerkplätzen  $\mathcal{P}_N$  gemäß Theorem 4.1 zusammensetzt, und es ist definiert

durch das 5-Tupel  $\mathcal{PN} = \langle \mathcal{P}, \mathcal{T}, \mathbf{N}, \bar{\mathbf{m}}, \mathbf{m} \rangle$  mit

$$\mathcal{P} = \left( \bigcup_{k=1}^{|\mathcal{A}|} \mathcal{P}_{A_k} \right) \cup \mathcal{P}_N \quad (4.4a)$$

$$\mathcal{T} = \bigcup_{k=1}^{|\mathcal{A}|} \mathcal{T}_{A_k} \quad (4.4b)$$

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} \mathbf{N}_{A_1} & & & \\ & \ddots & & \\ & & \mathbf{N}_{A_{|\mathcal{A}|}} & \\ \mathbf{N}_{N_1} & \dots & \mathbf{N}_{N_{|\mathcal{A}|}} \end{pmatrix} \quad (4.4c)$$

$$\bar{\mathbf{m}} = \left( \bar{\mathbf{m}}_{A_1}^T, \dots, \bar{\mathbf{m}}_{A_{|\mathcal{A}|}}^T, \bar{\mathbf{m}}_N^T \right)^T \quad (4.4d)$$

$$\mathbf{m}(0) = \left( \mathbf{m}_{A_1}^T(0), \dots, \mathbf{m}_{A_{|\mathcal{A}|}}^T(0), \mathbf{m}_N^T(0) \right)^T. \quad (4.4e)$$

Die Netzmatrix eines MADES kann gemäß (4.4c) aus den Netzmatrizen einzelner Agenten und deren Verkopplungsmatrizen  $\mathbf{N}_{N_i}$  zusammengesetzt werden. Darüber hinaus beschreibt  $\mathbf{N}_N = [\mathbf{N}_{N_1}, \dots, \mathbf{N}_{N_{|\mathcal{A}|}}]$  die Interaktion aller Agenten mit Netzwerkplätzen, den gemeinsam genutzten Ressourcen. Das Petri-Netz aus Abbildung 4.1 stellt ein MADES nach Definition 4.4 dar. Es besteht aus drei Agenten (vgl. gestrichelte Systemgrenzen), die über die gemeinsamen Netzwerkplätze  $P_7, \dots, P_9$  miteinander verkoppelt sind. In (4.1) ist die für MADES charakteristische, berandete Blockdiagonalstruktur der Netzmatrix gemäß (4.4c) wiederzuerkennen. Die hier vorgestellten MADES sind eine leichte Abwandlung der vom Autor in [2] beschriebenen Variante. Auf die konkreten Unterschiede wird in Anhang A.1 eingegangen. Das nächste Unterkapitel befasst sich mit der Formulierung von Trajektorienplanungsproblemen für MADES nach Definition 4.4 und dem Transfer ihrer charakteristischen Systemstruktur in Optimierungsprobleme von ebenfalls berandeter Blockdiagonalstruktur.

## 4.2 Trajektorienplanung für ereignisdiskrete Multi-Agenten-Systeme

Ziel einer Trajektorienplanung ist die bezüglich einer vorgegebenen Zielfunktion optimale Vorausplanung des Systemverhaltens unter Einbezug möglichen Vorwissens für einen vorgegebenen Zeit-/Ereignishorizont. Im Kontext von Petri-Netzen werden Markierungsfolgen als Zustandstrajektorien angesehen, die aus Folgen von Transitionsvektoren resultieren, welche die zugehörigen Markierungsänderungen hervorrufen. Dazu müssen die hier betrachteten MADES die Systemgleichungen (4.2) und (4.3) zu jedem der betrachteten Zeit-/Ereignispunkte erfüllen. Für Agenten  $A_i \in \mathcal{A}$  und einen Planungshorizont  $k = 1, \dots, K$

mündet diese Forderung in die Nebenbedingungen

$$\mathbf{N}_{A_i} \mathbf{t}_{A_i}(k-1) + \mathbf{m}_{A_i}(k-1) - \mathbf{m}_{A_i}(k) = \mathbf{0} \quad \text{für } k = 1, \dots, K \quad (4.5a)$$

$$\mathbf{N}_{A_i}^+ \mathbf{t}_{A_i}(k-1) + \mathbf{m}_{A_i}(k-1) + \mathbf{s}_{A_i}^+(k-1) = \overline{\mathbf{m}}_{A_i} \quad \text{für } k = 1, \dots, K \quad (4.5b)$$

$$\mathbf{N}_{A_i}^- \mathbf{t}_{A_i}(k-1) - \mathbf{m}_{A_i}(k-1) + \mathbf{s}_{A_i}^-(k-1) = \mathbf{0} \quad \text{für } k = 1, \dots, K \quad (4.5c)$$

$$\sum_{j=1}^{|\mathcal{T}_{A_i}|} t_{A_i|j}(k-1) = 1 \quad \text{für } k = 1, \dots, K. \quad (4.5d)$$

Dabei wird Annahme 4.1 mit Gleichung (4.5d) Rechnung getragen während mit  $\mathbf{s}_{A_i}^+$  und  $\mathbf{s}_{A_i}^-$  in (4.5b) und (4.5c) Schlupfvariablen eingeführt werden, um das Planungsproblem in Standardform mit Gleichungsnebenbedingungen zu formulieren. Analog folgen

$$\sum_{i=1}^{|\mathcal{A}|} \mathbf{N}_{N_i} \mathbf{t}_{A_i}(k-1) + \mathbf{m}_N(k-1) - \mathbf{m}_N(k) = \mathbf{0} \quad \text{für } k = 1, \dots, K \quad (4.6a)$$

$$\sum_{i=1}^{|\mathcal{A}|} \mathbf{N}_{N_i}^+ \mathbf{t}_{A_i}(k-1) + \mathbf{m}_N(k-1) + \mathbf{s}_N^+(k-1) = \overline{\mathbf{m}}_N \quad \text{für } k = 1, \dots, K \quad (4.6b)$$

$$\sum_{i=1}^{|\mathcal{A}|} \mathbf{N}_{N_i}^- \mathbf{t}_{A_i}(k-1) - \mathbf{m}_N(k-1) + \mathbf{s}_N^-(k-1) = \mathbf{0} \quad \text{für } k = 1, \dots, K \quad (4.6c)$$

als Nebenbedingungen für Netzwerkplätze. In (4.5) und (4.6) stellen  $\mathbf{t}_{A_i}(k-1)$ ,  $\mathbf{m}_{A_i}(k)$ ,  $\mathbf{s}_{A_i}^+(k-1)$  und  $\mathbf{s}_{A_i}^-(k-1)$  sowie  $\mathbf{m}_N(k)$ ,  $\mathbf{s}_N^+(k-1)$  und  $\mathbf{s}_N^-(k-1)$  für  $i = 1, \dots, |\mathcal{A}|$ ,  $k = 1, \dots, K$  unbekannte Optimierungsvariablen dar. Sie alle müssen zusätzlich die aus Definition 4.1 stammenden Bedingungen für Nicht-Negativität und Ganzzahligkeit erfüllen. Mit den Abkürzungen  $\mathbf{x}_k^{A_i} := (\mathbf{t}_{A_i}^T(k-1), \mathbf{m}_{A_i}^T(k), \mathbf{s}_{A_i}^T(k-1))^T$  und  $\mathbf{x}_k^N := (\mathbf{m}_N^T(k), \mathbf{s}_N^T(k-1))^T$  kann der Vektor von Optimierungsvariablen

$$\mathbf{x} = \left( \underbrace{(\mathbf{x}_1^{A_1})^T, \dots, (\mathbf{x}_K^{A_1})^T}_{(\mathbf{x}^{A_1})^T}, \dots, \underbrace{(\mathbf{x}_1^{A_{|\mathcal{A}|}})^T, \dots, (\mathbf{x}_K^{A_{|\mathcal{A}|}})^T}_{(\mathbf{x}^{A_{|\mathcal{A}|}})^T}, \underbrace{(\mathbf{x}_1^N)^T, \dots, (\mathbf{x}_K^N)^T}_{(\mathbf{x}^N)^T} \right)^T \quad (4.7)$$

zusammengesetzt werden, wobei Schlupfvariablen aus (4.5b) und (4.5c) bzw. aus (4.6b) und (4.6c) jeweils zu Vektoren  $\mathbf{s}_{A_i}^T = ((\mathbf{s}_{A_i}^+)^T, (\mathbf{s}_{A_i}^-)^T)$  bzw.  $\mathbf{s}_N^T = ((\mathbf{s}_N^+)^T, (\mathbf{s}_N^-)^T)$  zusammengefasst wurden. Mit einem gemäß (4.7) strukturierten Vektor von Optimierungsvariablen können die Nebenbedingungen (4.5) und (4.6) in Matrixform  $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$  mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{A_1} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{A}^{A_{|\mathcal{A}|}} \\ \mathbf{A}^{N_1} & \dots & \mathbf{A}^{N_{|\mathcal{A}|}} & \mathbf{A}^{N_{|\mathcal{A}|+1}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}^{A_1} \\ \vdots \\ \mathbf{b}^{A_{|\mathcal{A}|}} \\ \mathbf{b}^N \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

geschrieben werden. Mit  $\xi \in \{A_1, \dots, A_{|\mathcal{A}|}, N_1, \dots, N_{|\mathcal{A}|+1}\}$  ergibt sich die innere Struktur der Submatrizen und -vektoren von (4.8) aus

$$\mathbf{A}^\xi = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1,1}^\xi & & & & \\ \mathbf{A}_{2,1}^\xi & \mathbf{A}_{2,2}^\xi & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & \mathbf{A}_{K,K-1}^\xi & \mathbf{A}_{K,K}^\xi & \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}^\xi = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1^\xi \\ \mathbf{b}_2^\xi \\ \vdots \\ \mathbf{b}_K^\xi \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$



Für  $i = 1, \dots, |\mathcal{A}|$  und  $k = 1, \dots, K$  bzw.  $k = 1, \dots, K - 1$  für Matrixblöcke der Nebendiagonalen folgen

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{k,k}^{\mathbf{A}_i} &= \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{\mathbf{A}_i} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{N}_{\mathbf{A}_i}^+ & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{N}_{\mathbf{A}_i}^- & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{1}^T & \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T \end{bmatrix}, & \mathbf{A}_{k+1,k}^{\mathbf{A}_i} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T \end{bmatrix}, \\ \mathbf{b}_1^{\mathbf{A}_i} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{m}_{\mathbf{A}_i}(0) \\ \bar{\mathbf{m}}_{\mathbf{A}_i} - \mathbf{m}_{\mathbf{A}_i}(0) \\ \mathbf{m}_{\mathbf{A}_i}(0) \\ 1 \end{bmatrix}, & \mathbf{b}_{k>1}^{\mathbf{A}_i} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{m}}_{\mathbf{A}_i} \\ \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.10)$$

für die Nebenbedingungen der Agenten und

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{k,k}^{\mathbf{N}_i} &= \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{\mathbf{N}_i} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{N}_{\mathbf{N}_i}^+ & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{N}_{\mathbf{N}_i}^- & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, & \mathbf{A}_{k,k}^{\mathbf{N}_{|\mathcal{A}|+1}} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, & \mathbf{b}_1^{\mathbf{N}} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{m}_{\mathbf{N}}(0) \\ \bar{\mathbf{m}}_{\mathbf{N}} - \mathbf{m}_{\mathbf{N}}(0) \\ \mathbf{m}_{\mathbf{N}}(0) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_{k+1,k}^{\mathbf{N}_i} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, & \mathbf{A}_{k+1,k}^{\mathbf{N}_{|\mathcal{A}|+1}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, & \mathbf{b}_{k>1}^{\mathbf{N}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{m}}_{\mathbf{N}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.11)$$

für die Netzwerknebenbedingungen. Damit sind die Nebenbedingungen des Trajektorienplanungsproblems festgelegt. Darüber hinaus muss eine Zielfunktion vorgegeben werden. Es wird eine lineare Kostenfunktion  $z = \mathbf{c}^T \mathbf{x}$  verwendet. Diese ist ausreichend, um wirtschaftlich motivierte Produktionsziele zu formulieren. Der Kostenvektor

$$\mathbf{c}^T = \left( (\mathbf{c}_1^{\mathbf{A}_1})^T, \dots, (\mathbf{c}_K^{\mathbf{A}_1})^T, \dots, (\mathbf{c}_1^{\mathbf{A}_{|\mathcal{A}|}})^T, \dots, (\mathbf{c}_K^{\mathbf{A}_{|\mathcal{A}|}})^T, (\mathbf{c}_1^{\mathbf{N}})^T, \dots, (\mathbf{c}_K^{\mathbf{N}})^T \right) \quad (4.12)$$

ist dabei analog zum Variablenvektor (4.7) strukturiert.

Mit (4.7), (4.8) und (4.12) kann ein Trajektorienplanungsproblem für MADES als ganzzahliges lineares Programm (englisch *integer linear program*, kurz ILP)

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{u.d.N.} \quad & \mathbf{A}^{\mathbf{A}} \mathbf{x} = \mathbf{b}^{\mathbf{A}} \\ & \mathbf{A}^{\mathbf{N}} \mathbf{x} = \mathbf{b}^{\mathbf{N}} \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0}, \mathbf{x} \in \mathbb{Z}^n \end{aligned} \quad (4.13)$$

formuliert werden. Dabei sind  $\mathbf{A}^{\mathbf{A}} \in \mathbb{Z}^{m_{\mathbf{A}} \times n_{\mathbf{A}}}$ ,  $\mathbf{A}^{\mathbf{N}} \in \mathbb{Z}^{m_{\mathbf{N}} \times n_{\mathbf{N}}}$ ,  $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{b}^{\mathbf{A}} \in \mathbb{Z}^{m_{\mathbf{A}}}$  und  $\mathbf{b}^{\mathbf{N}} \in \mathbb{Z}^{m_{\mathbf{N}}}$ , wobei  $n_{\mathbf{N}} = n_{\mathbf{A}} = n$  und  $m = m_{\mathbf{A}} + m_{\mathbf{N}}$ . Die Nebenbedingungen des ILP (4.13) sind in berandeter Blockdiagonalform gegeben. Diese Struktur ist in Abbildung 4.2 für ein Netzwerk aus drei ereignisdiskreten Agenten veranschaulicht. Die Variablen  $\mathbf{x}^{\mathbf{A}_1}, \dots, \mathbf{x}^{\mathbf{A}_{|\mathcal{A}|}}$  aus (4.7) stellen Sequenzen von Entscheidungen dar, die Trajektorien für jeweils einzelne Agenten repräsentieren. Wie in Abbildung 4.2 gezeigt, könnte in Abwesenheit von Netzwerknebenbedingungen unter Bezugnahme auf agenteneigene Zielfunktionen und agenteneigene

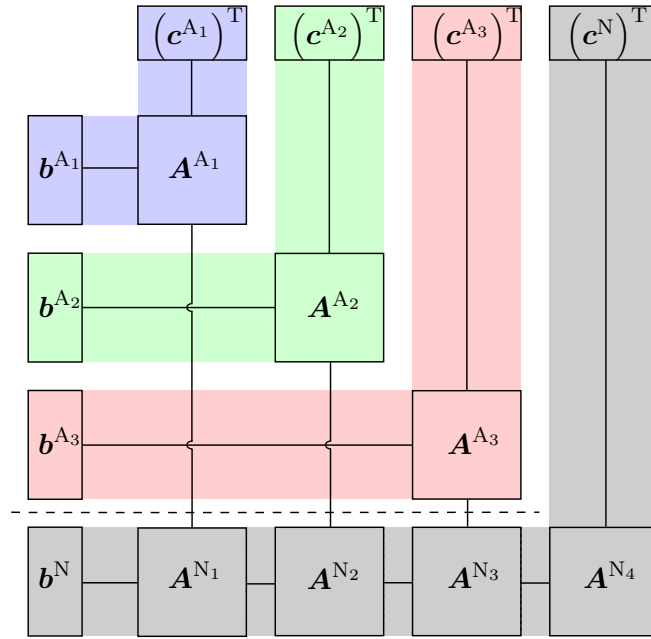


Abbildung 4.2: Problemstruktur in berandeter Blockdiagonalform für ein System bestehend aus drei Agenten (blau, grün, rot), die über Nebenbedingungen für gemeinsame Ressourcen (grau) im Netzwerk verkoppelt sind. Durch Dantzig-Wolfe-Dekomposition kann eine Separation des Problems entlang der gestrichelten Linie und damit die Auftrennung der Verkopplungen erreicht werden.

Nebenbedingungen lokal über diese Variablen entschieden werden. In diesem Falle könnten Agenten ihre Trajektorien unabhängig voneinander planen. Erst die Vernetzung erfordert ihre Koordination zur Lösung des Planungsproblems. Im nächsten Abschnitt werden Branch-and-Price-Verfahren vorgestellt, mithilfe derer Probleme der Form (4.13) entkoppelt und damit verteilt gelöst werden können.

### 4.3 Verteilte Optimierung mittels Branch-and-Price

In diesem Abschnitt werden Branch-and-Price-Verfahren zum Lösen strukturierter ganzzahliger linearer Programme vorgestellt. Ihre Motivation liegt in der Entkopplung einzelner Planungsprobleme (vgl. Abbildung 4.2). Dazu organisiert ein zentrales Masterproblem (kurz MP) verteilt lösbare Subprobleme und sorgt dabei für die Vereinbarung agenteneigener Trajektorien mit den Netzwerkbeschränkungen  $\mathbf{A}^N \mathbf{x} = \mathbf{b}^N$  aus (4.13). Das Branch-and-Price-Verfahren besteht aus der Kombination einer Dantzig-Wolfe-Dekomposition (kurz DWD), die auf das LP-relaxierte Problem (4.13) angewandt wird und aus einem Branch-and-Bound-Verfahren, das die Einhaltung der Ganzzahligkeitsnebenbedingungen sicherstellt.

### 4.3.1 Dantzig-Wolfe-Dekomposition

Die Dantzig-Wolfe-Dekomposition operiert auf der LP-Relaxierung ( $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  statt  $\mathbf{x} \in \mathbb{Z}^n$ ) von (4.13). Ziel ist es, durch die Dekomposition der berandeten Blockdiagonalstruktur ein verteiltes Problemlösen zu ermöglichen. Betrachtet man die Problemstruktur in (4.8) genau, so liegt nur dann eine reine Blockdiagonalstruktur vor, wenn aufgrund von  $\mathbf{A}^{N|A|+1}$  der letzte Diagonalblock als  $[\mathbf{A}^{A|A|}, \mathbf{0}]$  aufgefasst würde. Dies entspräche einer Zuordnung der Netzwerkvariablen  $\mathbf{x}^N$  zu denen des letzten Agenten. Aus praktischer Sicht des realen Systems gibt es jedoch keinen Grund, weshalb einem Agenten Informationen, die mit dieser Zuordnung einher gehen, zugänglich sein sollten. Deshalb wird ein Dummy- oder Netzwerk-Agent  $A_{|A|+1}$  eingeführt. Dies resultiert in der Erweiterung der Nebenbedingungen von (4.13) um  $\mathbf{A}^{A|A|+1} \mathbf{x}^{A|A|+1} = \mathbf{b}^{A|A|+1}$ , wobei  $\mathbf{x}^{A|A|+1} = \mathbf{x}^N$ ,  $\mathbf{A}^{A|A|+1} = \mathbf{0}$  und  $\mathbf{b}^{A|A|+1} = \mathbf{0}$ . Außerdem wird nachfolgend zwecks konsistenter Notation  $\mathbf{c}^{A|A|+1} = \mathbf{c}^N$  verwendet. Diese Nebenbedingungen verändern das Problem nicht. Sie sorgen jedoch für eine strukturell deckungsgleiche Informationsverteilung im mathematischen Programm und realen System.

Die Dantzig-Wolfe-Dekomposition basiert auf den Theoremen von Minkowski [75] und Weyl [109] zur Darstellbarkeit von Polyedern. Letztere können als Schnittmenge einer endlichen Anzahl von Halbräumen ( $\mathcal{H}$ -Repräsentation) oder als Summe einer konvexen Kombination aus Extrem-/Eckpunkten und einer konischen Kombination von Extremrichtungen/-strahlen ( $\mathcal{V}$ -Repräsentation) dargestellt werden. Die mathematischen Definitionen von konvexer und konischer Kombination können in Anhang A.2.3 nachgelesen werden.

**Theorem 4.2** (Minkowsky-Weyl). Für das Polytop  $\Pi \subseteq \mathbb{R}^n$  sind folgende Aussagen äquivalent:

- a) Es existieren  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$  und  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$  so, dass  $\Pi(\mathbf{A}, \mathbf{b}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}\}$ ;
- b) Es existieren  $\mathcal{V} \in \mathbb{R}^{n \times k}$  und  $\mathcal{R} \in \mathbb{R}^{n \times l}$  mit  $\mathcal{V} = [\boldsymbol{\nu}_1, \dots, \boldsymbol{\nu}_k]$  und  $\mathcal{R} = [\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_l]$  so, dass  $\Pi(\mathcal{V}, \mathcal{R}) = \text{conv}(\mathcal{V}) + \text{cone}(\mathcal{R})$  mit einer konvexen Kombination von Eckpunkten  $\text{conv}(\boldsymbol{\nu}_1, \dots, \boldsymbol{\nu}_k)$  und einer konischen Kombination von Extremrichtungen  $\text{cone}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_l)$ .

Abbildung 4.3 zeigt die beiden Darstellungsformen von Polyedern. Insbesondere folgt aus Theorem 4.2 mit  $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_k)^T$ ,  $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_l)^T$  die Aussage, dass jeder Punkt aus  $\Pi = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}\}$  in der Form

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^k \lambda_i \boldsymbol{\nu}_i + \sum_{j=1}^l \mu_j \mathbf{r}_j = \mathbf{V}\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{R}\boldsymbol{\mu} \quad \text{mit} \quad \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1, \quad \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\mu} \geq \mathbf{0} \quad (4.14)$$

dargestellt werden kann (Goldman's Resolution Theorem [46, 47, 48]).

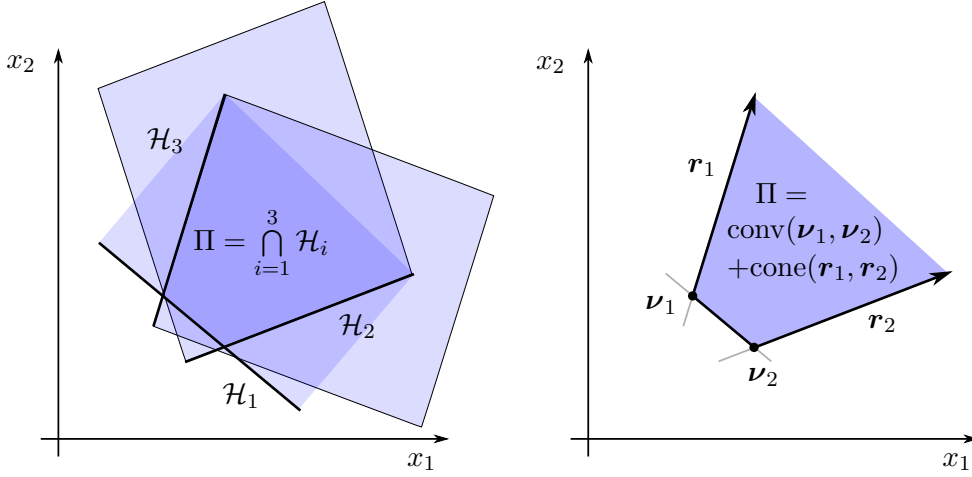


Abbildung 4.3: Veranschaulichung des Minkowsky-Weyl Theorems 4.2.  $\mathcal{H}$ -Repräsentation (links) und  $\mathcal{V}$ -Repräsentation (rechts) eines Polyeders.

Im Rahmen der Dantzig-Wolfe-Dekomposition werden die agentenbezogenen Polytope  $\Pi^{A_\xi} = \{\mathbf{x}^{A_\xi} \in \mathbb{R}^{n_{A_\xi}} : \mathbf{A}^{A_\xi} \mathbf{x}^{A_\xi} = \mathbf{b}^{A_\xi}\}$  mit  $\xi \in \{1, \dots, |\mathcal{A}| + 1\}$  gemäß (4.14) umformuliert. Mit

$$\mathbf{x}_{\text{MP}} = \left[ \underbrace{(\boldsymbol{\lambda}^{A_1})^T, \dots, (\boldsymbol{\lambda}^{A_{|\mathcal{A}|+1}})^T}_{\boldsymbol{\lambda}^T}, \underbrace{(\boldsymbol{\mu}^{A_1})^T, \dots, (\boldsymbol{\mu}^{A_{|\mathcal{A}|+1}})^T}_{\boldsymbol{\mu}^T} \right]^T, \quad \mathbf{x}_{\text{MP}} \geq \mathbf{0}, \quad \mathbb{1}^T \boldsymbol{\lambda}^{A_\xi} = 1 \quad \forall \xi \quad (4.15)$$

folgt nach Einsetzen in die Netzwerknebenbedingungen  $\mathbf{A}^N \mathbf{x} = \mathbf{b}^N$  das Masterproblem

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{c}_{\text{MP}}^T \mathbf{x}_{\text{MP}} \\ \text{u.d.N.} \quad & \mathbf{A}_{\text{MP}} \mathbf{x}_{\text{MP}} = \mathbf{b}_{\text{MP}} \\ & \mathbf{x}_{\text{MP}} \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{x}_{\text{MP}} \in \mathbb{R}^{k+l} \end{aligned} \quad (4.16)$$

mit

$$\mathbf{A}_{\text{MP}} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} \mathbf{A}^{N_1} \mathbf{V}^{A_1} & \dots & \mathbf{A}^{N_{|\mathcal{A}|+1}} \mathbf{V}^{A_{|\mathcal{A}|+1}} & \mathbf{A}^{N_1} \mathbf{R}^{A_1} & \dots & \mathbf{A}^{N_{|\mathcal{A}|+1}} \mathbf{R}^{A_{|\mathcal{A}|+1}} \\ \hline \mathbb{1}^T & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & \mathbb{1}^T & & & \end{array} \right], \quad \mathbf{b}_{\text{MP}} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}^N \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

und  $\mathbf{c}_{\text{MP}}^T = \mathbf{c}^T [\text{blkdiag}(\mathbf{V}^{A_\xi}), \text{blkdiag}(\mathbf{R}^{A_\xi})]$ , wobei der Operator  $\text{blkdiag}(\cdot)$  seine Argumente in einer Blockdiagonalmatrix anordnet. Verglichen mit dem Originalproblem (4.13) besitzt (4.16)  $m_N + |\mathcal{A}| + 1 < m$  Nebenbedingungen und  $k + l \gg n$  Entscheidungsvariablen. Letztere setzen sich aus den Koeffizienten der einzelnen  $\boldsymbol{\nu}_i^{A_\xi}$  und  $\mathbf{r}_j^{A_\xi}$  mit  $i = 1, \dots, k^{A_\xi}$  und  $j = 1, \dots, l^{A_\xi}$  zusammen, woraus die insgesamt  $\sum k^{A_\xi} + \sum l^{A_\xi} = k + l \gg n$  Entscheidungsvariablen resultieren. Hier seien noch die beiden Hilfsfunktionen

$$\phi : \{1, \dots, k + l\} \mapsto \{1, \dots, |\mathcal{A}| + 1\}, \quad (4.18a)$$

$$\psi : \{1, \dots, k + l\} \mapsto \{1, \dots, \max(k^{A_\xi}, l^{A_\xi})\} \quad (4.18b)$$

Tabelle 4.1: Funktionswerte der Hilfsfunktionen (4.18a) und (4.18b) für  $|\mathcal{A}| + 1 = 2$  mit  $k^{A_1} = k^{A_2} = 3$ ,  $l^{A_1} = l^{A_2} = 2$  und  $k + l = 10$ .

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\phi(j)$	1	1	1	2	2	2	1	1	2	2
$\psi(j)$	1	2	3	1	2	3	1	2	1	2

definiert, auf die an späterer Stelle zurückgegriffen wird. Dabei ordnet (4.18a) Indizes des Variablenvektors (4.15) die zugehörigen Agentenindizes entsprechend der  $k^{A_\epsilon}$  und  $l^{A_\epsilon}$  zu und (4.18b) berechnet aus Indizes des Variablenvektors (4.15) die zugehörigen Indizes der Extrempunkte und -richtungen aus Sicht einzelner Agenten. Mit (4.18a) und (4.18b) können Extrempunkte und -richtungen bezüglich eines fortlaufenden Indexes  $j = 1, \dots, k + l$  mit  $\nu_{\psi(j)}^{A_{\phi(j)}}$  für  $j = 1, \dots, k$  bzw.  $r_{\psi(j)}^{A_{\phi(j)}}$  für  $j = k + 1, \dots, k + l$  angegeben werden. Tabelle 4.1 zeigt dazu ein Minimalbeispiel.

### Spaltenerzeugung

Um mit der gesteigerten Anzahl von Optimierungsvariablen im Masterproblem umzugehen, werden spaltenerzeugende Verfahren verwendet, die nur mit einer Untermenge aller Entscheidungsvariablen arbeiten. Die Idee der Spaltengenerierung basiert auf dem Simplex-Algorithmus [33, 34], bei dem Punkte aus der zulässigen polyedrischen Lösungsmenge  $\mathbf{x}_{\text{MP}} \in \mathcal{X}_{\text{MP}}$  durch  $\text{rank}(\mathbf{A}_{\text{MP}})$  Basisvariablen  $\mathbf{x}_{\text{RMP}} \geq \mathbf{0}$  dargestellt werden. Für alle anderen Nichtbasisvariablen gilt dagegen  $\mathbf{x}_n = \mathbf{0}$ . Optimale Lösungen eines linearen Programms werden stets auf dem Rand der zulässigen Menge  $\mathcal{X}_{\text{MP}}$  angenommen. Der Simplex-Algorithmus sucht entlang des Randes von  $\mathcal{X}_{\text{MP}}$  nach zulässigen Lösungen, die die Zielfunktion minimieren. Dies geschieht durch den iterativen Austausch von Basis- gegen Nichtbasisvariablen, welche im Minimierungsproblem zu reduzierten Kosten führen.

Dieses Vorgehen wird auch bei der Spaltengenerierung verwendet. Statt des vollständigen MP wird ein restringiertes Masterproblem (kurz RMP) betrachtet, das sämtliche Nichtbasisvariablen vernachlässigt. Anschließend werden sukzessive solche Nichtbasisvariablen zum RMP hinzugefügt, die zu reduzierten Kosten führen. Dieser Vorgang heißt Spaltengenerierung, da das Eintreten einer Nichtbasisvariablen in das RMP dem Hinzufügen eines Elements zum (transponierten) Kostenvektor  $\mathbf{c}_{\text{RMP}}^T$  und einer **Spalte** in der Nebenbedingungsmatrix  $\mathbf{A}_{\text{RMP}}$  entspricht.

Zunächst wird von einer initial zulässigen Basislösung für das primale MP (4.16) ausgegangen. Auf die Handhabung degenerierter Spezialfälle und Methoden zum Auffinden initial zulässiger Lösungen wird am Ende dieses Abschnittes eingegangen. Ausgehend von einer primal zulässigen Lösung für (4.16) mit  $\text{rank}(\mathbf{A}_{\text{MP}}) = m_N + |\mathcal{A}| + 1$  ergibt sich das RMP zu

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \mathbf{c}_{\text{RMP}}^T \mathbf{x}_{\text{RMP}} \\
 \text{u.d.N.} \quad & \mathbf{A}_{\text{RMP}} \mathbf{x}_{\text{RMP}} = \mathbf{b}_{\text{RMP}} \\
 & \mathbf{x}_{\text{RMP}} \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{x}_{\text{RMP}} \in \mathbb{R}^{m_N + |\mathcal{A}| + 1},
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

wobei  $\mathbf{x}_{\text{RMP}}$  ausschließlich Basisvariablen,  $\mathbf{c}_{\text{RMP}}$  die dazugehörigen Koeffizienten von  $\mathbf{c}_{\text{MP}}$  und  $\mathbf{A}_{\text{RMP}}$  die zugehörigen Spalten von  $\mathbf{A}_{\text{MP}}$  enthält. Ziel ist es nun, Nicht-Basisvariablen zu finden, die zu reduzierten Kosten im Master-Problem (4.16) führen. Mit der primal zulässigen Startlösung  $\mathbf{x}_{\text{MP}}$  folgt

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{\text{MP}}\mathbf{x}_{\text{MP}} = \mathbf{b}_{\text{MP}} &\Leftrightarrow \mathbf{A}_{\text{RMP}}\mathbf{x}_{\text{RMP}} + \mathbf{A}_{\text{n}}\mathbf{x}_{\text{n}} = \mathbf{b}_{\text{MP}} \\ &\Leftrightarrow \mathbf{x}_{\text{RMP}} = \mathbf{A}_{\text{RMP}}^{-1}(\mathbf{b}_{\text{MP}} - \mathbf{A}_{\text{n}}\mathbf{x}_{\text{n}}), \end{aligned} \quad (4.20)$$

wobei für die Kosten mit (4.20)

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_{\text{MP}}^{\text{T}}\mathbf{x}_{\text{MP}} &= \mathbf{c}_{\text{RMP}}^{\text{T}}\mathbf{x}_{\text{RMP}} + \mathbf{c}_{\text{n}}^{\text{T}}\mathbf{x}_{\text{n}} \\ &= \mathbf{c}_{\text{RMP}}^{\text{T}}\mathbf{A}_{\text{RMP}}^{-1}\mathbf{b}_{\text{MP}} + \left(\mathbf{c}_{\text{n}}^{\text{T}} - \mathbf{c}_{\text{RMP}}^{\text{T}}\mathbf{A}_{\text{RMP}}^{-1}\mathbf{A}_{\text{n}}\right)\mathbf{x}_{\text{n}} \end{aligned} \quad (4.21)$$

gilt. Der Klammerausdruck in (4.21) wird auch als Vektor der reduzierten Kosten  $\mathbf{z}_{\text{n}}^{\text{T}} = \left(\mathbf{c}_{\text{n}}^{\text{T}} - \mathbf{c}_{\text{RMP}}^{\text{T}}\mathbf{A}_{\text{RMP}}^{-1}\mathbf{A}_{\text{n}}\right)$  bezeichnet. In (4.21) resultiert die Erhöhung der  $j$ -ten Nichtbasisvariablen  $x_{\text{n}|j}$  nur für  $z_{\text{n}|j} < 0$  in einer Kostenreduktion. Anschaulich sind diejenigen Extrempunkte und Extrempunkte von  $\Pi(\mathbf{A}^{\text{A}}, \mathbf{b}^{\text{A}})$  gesucht, mit denen über den Zusammenhang (4.14) eine bessere Lösung im Sinne einer Kostenreduktion für das (LP-relaxierte) Originalproblem (4.13) möglich ist. Die reduzierten Kosten können ebenfalls durch die Variablen des zu (4.16) dualen Master-Problems (DMP) ausgedrückt werden. Das DMP ist durch

$$\begin{aligned} \max \quad & \mathbf{c}_{\text{DMP}}^{\text{T}}\mathbf{x}_{\text{DMP}} \\ \text{u.d.N.} \quad & \mathbf{A}_{\text{DMP}}\mathbf{x}_{\text{DMP}} \leq \mathbf{b}_{\text{DMP}} \\ & \mathbf{x}_{\text{DMP}} \in \mathbb{R}^{m_{\text{N}}+|\mathcal{A}|+1} \end{aligned} \quad (4.22)$$

mit

$$\mathbf{x}_{\text{DMP}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\pi} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{\text{DMP}} = \mathbf{A}_{\text{MP}}^{\text{T}}, \quad \mathbf{b}_{\text{DMP}} = \mathbf{c}_{\text{MP}}, \quad \mathbf{c}_{\text{DMP}} = \mathbf{b}_{\text{MP}}, \quad (4.23)$$

gegeben, wobei  $\boldsymbol{\pi}$  die dualen Variablen zu den ersten  $m_{\text{N}}$  Nebenbedingungen von (4.16) darstellen und  $\boldsymbol{\gamma}$  die dualen Variablen der  $|\mathcal{A}|+1$  Konvexifizierungsnebenbedingungen repräsentiert. Nach der Separierung  $\mathbf{A}_{\text{DMP}} = \mathbf{A}_{\text{MP}}^{\text{T}} = [\mathbf{A}_{\text{RMP}}, \mathbf{A}_{\text{n}}]^{\text{T}}$  folgt aus den Nebenbedingungen von (4.22)

$$\mathbf{0} \leq \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{\text{RMP}} \\ \mathbf{c}_{\text{n}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{RMP}}^{\text{T}} \\ \mathbf{A}_{\text{n}}^{\text{T}} \end{bmatrix} \mathbf{x}_{\text{DMP}}. \quad (4.24)$$

Aus dem Satz vom komplementären Schlupf (siehe Anhang A.2.2) folgt, dass der obere Teil von (4.24) für ein optimales Lösungspaar  $\mathbf{x}_{\text{MP}}^*$ ,  $\mathbf{x}_{\text{DMP}}^*$  mit Gleichheit erfüllt sein muss. Daraus ergibt sich  $\mathbf{x}_{\text{DMP}}^* = \mathbf{A}_{\text{RMP}}^{-\text{T}}\mathbf{c}_{\text{RMP}}$ . Eingesetzt in (4.24) findet man für den unteren Teil  $\mathbf{0} \leq \mathbf{c}_{\text{n}} - \mathbf{A}_{\text{n}}^{\text{T}}\mathbf{A}_{\text{RMP}}^{-\text{T}}\mathbf{c}_{\text{RMP}}$ , was gerade dem (transponierten) Vektor reduzierter Kosten entspricht, der in einem Optimum nicht negativ ist. Nach Einführung von Schlupfvariablen

$\mathbf{s}_{\text{DMP}}$  in (4.22) gilt nach Transponieren

$$\mathbf{s}_{\text{DMP}}^T = \mathbf{b}_{\text{DMP}}^T - \mathbf{x}_{\text{DMP}}^T \mathbf{A}_{\text{DMP}}^T \quad (4.25a)$$

$$= \mathbf{c}_{\text{MP}}^T - \mathbf{x}_{\text{DMP}}^T \mathbf{A}_{\text{MP}} \quad (4.25b)$$

$$= \mathbf{c}^T \begin{bmatrix} \mathbf{V}^{A_1} & & \mathbf{R}^{A_1} & & \\ & \ddots & & \ddots & \\ & & \mathbf{V}^{A_{|\mathcal{A}|+1}} & & \mathbf{R}^{A_{|\mathcal{A}|+1}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{\pi}^T & \boldsymbol{\gamma}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{N_1} \mathbf{V}^{A_1} & \dots & \mathbf{A}^{N_{|\mathcal{A}|+1}} \mathbf{V}^{A_{|\mathcal{A}|+1}} & \mathbf{A}^{N_1} \mathbf{R}^{A_1} & \dots & \mathbf{A}^{N_{|\mathcal{A}|+1}} \mathbf{R}^{A_{|\mathcal{A}|+1}} \\ \mathbb{1}^T & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & & \mathbb{1}^T & & \end{bmatrix}. \quad (4.25c)$$

Für eine einzelne Schlupfvariable  $s_{\text{DMP}|j}$  und damit für die reduzierten Kosten von  $\lambda_{\psi(j)}^{A_{\phi(j)}}$  bzw.  $\mu_{\psi(j)}^{A_{\phi(j)}}$  gilt

$$s_{\text{DMP}|j} = \begin{cases} \left( \left( \mathbf{c}^{A_{\phi(j)}} \right)^T - \boldsymbol{\pi}^T \mathbf{A}^{N_{\phi(j)}} \right) \boldsymbol{\nu}_{\psi(j)}^{A_{\phi(j)}} - \gamma_{\phi(j)}, & \text{falls } j \in [1, k] \\ \left( \left( \mathbf{c}^{A_{\phi(j)}} \right)^T - \boldsymbol{\pi}^T \mathbf{A}^{N_{\phi(j)}} \right) \mathbf{r}_{\psi(j)}^{A_{\phi(j)}}, & \text{falls } j \in [k+1, k+l]. \end{cases} \quad (4.26)$$

Im Zuge der Optimierung sollen gerade solche Extrempunkte und -richtungen gefunden werden, die das Kostenmaß größtmöglich reduzieren. Zum Finden der maximal reduzierten Kosten könnte (4.26) für sämtliche  $j = 1, \dots, k+l$  ausgewertet werden. Es existiert jedoch eine enorme Anzahl zu überprüfender Extrempunkte und Extremrichtungen der  $\Pi(\mathbf{A}^{A_\xi}, \mathbf{b}^{A_\xi})$ . Diejenigen mit den größten negativen Kosten können jedoch ebenso durch Lösen der Subprobleme (SP)

$$\begin{aligned} \min \quad & \left( \left( \mathbf{c}^{A_\xi} \right)^T - \boldsymbol{\pi}^T \mathbf{A}^{N_\xi} \right) \mathbf{x}_{\text{SP}}^{A_\xi} \\ \text{u.d.N.} \quad & \mathbf{A}^{A_\xi} \mathbf{x}_{\text{SP}}^{A_\xi} = \mathbf{b}^{A_\xi} \\ & \mathbf{x}_{\text{SP}}^{A_\xi} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.27)$$

ermittelt werden. Dabei können die folgenden Fälle eintreten:

- 1) Das Problem (4.27) wurde mit  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{SP}}^{A_\xi} = \hat{\boldsymbol{\nu}}$  optimal gelöst. Es gilt  $\left( \left( \mathbf{c}^{A_\xi} \right)^T - \boldsymbol{\pi}^T \mathbf{A}^{N_\xi} \right) \hat{\boldsymbol{\nu}} < \gamma_\xi$ . In diesem Falle verspricht die Hinzunahme der Spalte  $\left( \left( \mathbf{c}^{A_\xi} \right)^T \hat{\boldsymbol{\nu}}, (\mathbf{A}^{N_\xi} \hat{\boldsymbol{\nu}})^T, \mathbf{e}_\xi \right)^T$  zum RMP reduzierte Kosten ((4.26) negativ).
- 2) Das Problem (4.27) wurde mit  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{SP}}^{A_\xi} = \hat{\boldsymbol{\nu}}$  optimal gelöst. Es gilt  $\left( \left( \mathbf{c}^{A_\xi} \right)^T - \boldsymbol{\pi}^T \mathbf{A}^{N_\xi} \right) \hat{\boldsymbol{\nu}} \geq \gamma_\xi$ . In diesem Falle ist keine Kostenreduktion möglich ((4.26) nicht negativ). Gilt dies für alle  $\xi \in \{1, \dots, |\mathcal{A}| + 1\}$ , so wurde das Problem optimal gelöst.
- 3) Das Problem ist unbeschränkt. In diesem Falle existiert eine Extremrichtung  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{SP}}^{A_\xi} = \hat{\mathbf{r}}$ , entlang der die Zielfunktion von (4.27) beliebig reduziert werden kann. Die Hinzunahme der Spalte  $\left( \left( \mathbf{c}^{A_\xi} \right)^T \hat{\mathbf{r}}, (\mathbf{A}^{N_\xi} \hat{\mathbf{r}})^T, \mathbf{0} \right)^T$  zum RMP ermöglicht reduzierte Kosten.

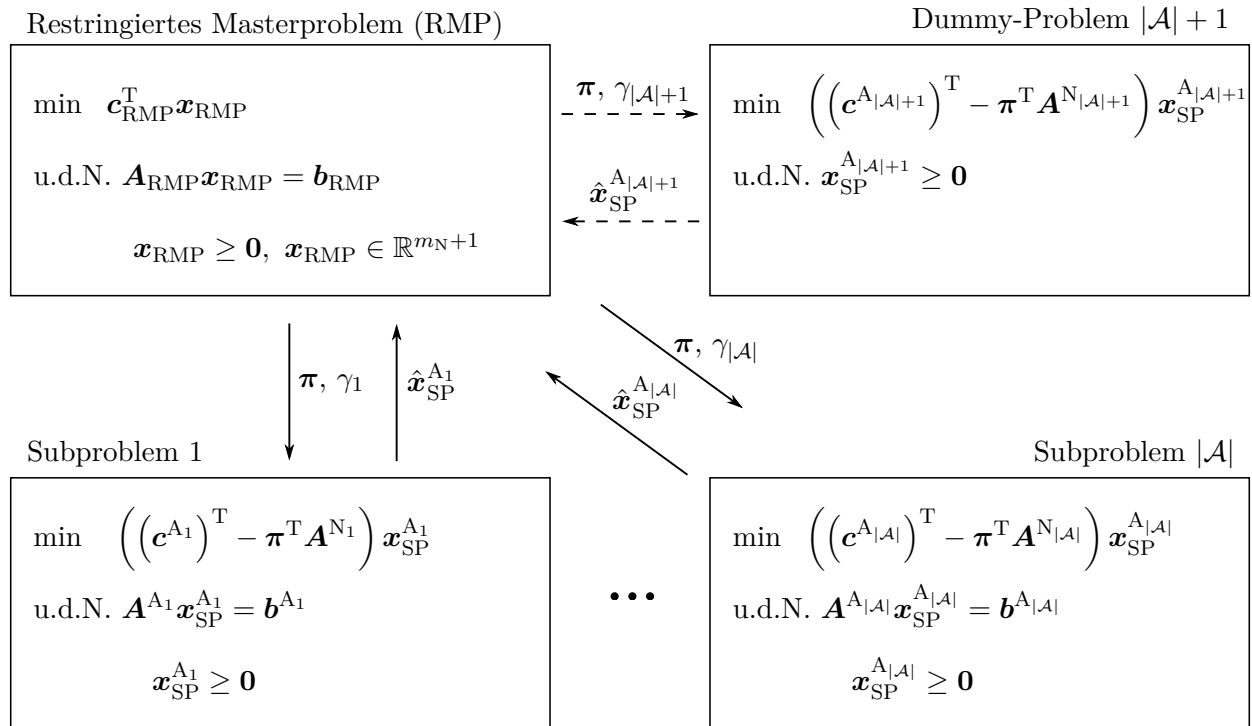


Abbildung 4.4: Schema zum verteilten Lösen linearer Programme mittels Dantzig-Wolfe Dekomposition. Duale Variablen  $\boldsymbol{\pi}$  und  $\boldsymbol{\gamma}$  des RMP fließen als Kostenparameter für gemeinsam genutzte Ressourcen in die Zielfunktionen der Subprobleme ein. Diese melden dem RMP ihre Adaption an die neue Zielfunktion zurück. Nach Spaltenerzeugung und erneutem Lösen des RMP können neue Kostenparameter an die Agenten übermittelt werden.

Diejenige Nichtbasis-Spalte, die nach erneutem Lösen des (neuen) RMP nicht Teil der Basis der (neuen) Lösung des RMP ist, kann aus dem RMP verworfen werden. In [32] wird jedoch eine Variante der DWD empfohlen, bei der einige dieser oder sämtliche Nichtbasis-Spalten im RMP belassen werden, solange dies mit der Speicherkapazität des verwendeten Computers vereinbar ist. Mit jeder Lösung des RMP liegen sodann (neue) Dualvariablen  $\boldsymbol{\pi}$  und  $\boldsymbol{\gamma}$  vor, welche für die nächste Iteration des Verfahrens an die Agenten übermittelt werden. Abbildung 4.4 zeigt dieses Funktionsprinzip. Man beachte, dass das  $(|\mathcal{A}| + 1)$ -te Subproblem lediglich über Nichtnegativitätsbedingungen verfügt. Es hängt mit dem eingeführten Dummy-Agenten zusammen und wird folglich nicht als vollwertiger Agent betrachtet, da es lediglich über Optimierungsvariablen zu gemeinsam genutzten Ressourcen entscheidet. Damit stellt es eine dem RMP ähnliche Instanz zur Orchestrierung der dezentral agierenden Agenten  $\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_{|\mathcal{A}|}$  dar. Letztere berechnen mit (4.27) optimale Lösungen der lokalen relativen Trajektorienplanungsprobleme bezüglich der vom RMP vorgegebenen Kosten. Ausgehend von einer validen Startlösung für das primale MP tauschen RMP und Agenten iterativ Kostenvorgaben für gemeinsam genutzte Ressourcen und entsprechende LP-Lösungen von (4.27) als Anpassung an diese Preise aus. Dies geschieht solange, bis es keinem Agenten mehr möglich ist, eine Kostenreduktion zu erzielen (Fall 2)). In [32] kann ein Beweis für die Konvergenz der DWD gegen eine optimale Lösung in endlich vielen Schritten nachgelesen werden. Mittels DWD können strukturierte lineare Programme verteilt gelöst werden. Be-



vor ein Weg zur Einhaltung der Ganzzahligkeitsnebenbedingungen aufgezeigt wird, soll auf die getroffenen Annahmen nicht degenerierter Probleme und die Ermittlung einer validen Startlösung des primalen MP eingegangen werden. Die Methoden zur Aufweichung dieser Annahmen sind technischer Natur und liefern keinen Mehrwert zum Verständnis dieser Arbeit. Geneigte Leser sind deshalb angehalten, die nachstehend angegebenen Literaturquellen zu konsultieren.

**Degeneriertheit** Es wurden ausschließlich nicht degenerierte Probleme betrachtet, bei denen Basisvariablen stets streng positiv sind. Bei der Lösung degenerierter Probleme kann, wie auch beim Simplex-Algorithmus, der Fall eintreten, dass es beim Ablaufen der Kanten des polyedrischen Lösungsraumes zu keiner Kostenverbesserung kommt und zyklisch stets dieselben Eckpunkte ausgewertet werden. Für derartige Fälle existieren jedoch Prozeduren zur Zyklusvermeidung. Zwei der bekanntesten sind die Regeln von Wolfe [111] oder Bland [16].

**Valide Startlösung des primalen MP** Um das Verfahren zu starten, wird eine (bislang als gegeben angenommene) valide Basislösung für das primale MP benötigt. Analog zum Simplex-Algorithmus wird eine solche in einer Initialisierungsphase durch Lösen eines modifizierten Hilfsproblems erlangt. Darüber hinaus kann die Big-M Methode zur Erzeugung valider Startlösungen eingesetzt werden. Beide Methoden dienen dem technischen Start des Verfahrens und können in [32, 38] nachgelesen werden.

### 4.3.2 Branch-and-Bound

Die DWD operiert ausschließlich auf der LP-Relaxierung des ganzzahligen Ursprungsproblems. Um Ganzzahligkeitsbedingungen zu berücksichtigen, wird die DWD nachstehend in ein Branch-and-Bound-Verfahren eingebettet. Branch-and-Bound geht zurück auf [62] und hat seinen Ursprung ebenfalls in der Operationsforschung. Nachfolgend wird das Verfahren in einer für diese Arbeit angepassten Form vorgestellt.

Der Variablenvektor  $\mathbf{x}$  aus (4.7) besteht aus Transitions- und Markierungsvektoren sowie aus Schlupfvariablen. Das folgende Theorem trifft eine Aussage zur Ganzzahligkeit von  $\mathbf{x}$ .

**Theorem 4.3.** (Ganzzahligkeit von Transitionen) Ein MADES nach Definition 4.4 mit einer ganzzahligen Initialmarkierung  $\mathbf{m}(0) \in \mathbb{Z}^m$  besitzt für ganzzahlige Transitionsvektoren  $\mathbf{t}(k) \in \mathbb{Z}^m$  für alle  $k \leq K$  ganzzahlige Markierungen  $\mathbf{m}(k) \in \mathbb{Z}^m$ , und die Schlupfvariablen des zugehörigen Trajektorienplanungsproblems sind ebenfalls ganzzahlig.

Der Beweis zu Theorem 4.3 folgt mit vollständiger Induktion unmittelbar aus (4.2) und basiert auf der Tatsache, dass Produkte, sowie Summen ganzzahliger Zahlen ebenfalls ganzzahlig sind.

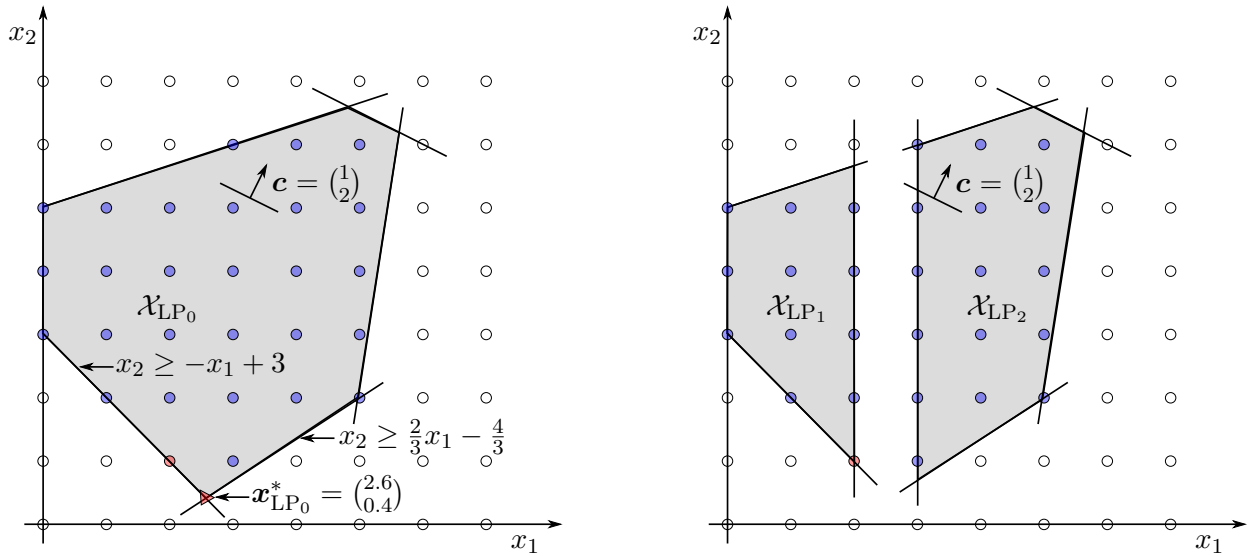


Abbildung 4.5: Grafisches ganzzahliges lineares Optimierungsproblem links vor und rechts nach Verzweigung von  $\mathbf{x}_{LP_0|1}^*$  (rotes Dreieck) gemäß (4.28a) und (4.28b). Graue Bereiche kennzeichnen die Lösungsmengen  $\mathcal{X}_{LP}$  der LP-relaxierten Probleme, blaue Kreise die IP-zulässigen Punkte  $\mathcal{X}_{IP} = \mathcal{X}_{LP} \cap \mathbb{Z}^2$ . Der rote Kreis markiert das IP-Optimum.

Zur Lösung ganzzahliger Programme kommen in modernen Solvern Schnittebenen- und/oder Branch-and-Bound-Verfahren zum Einsatz. Im Folgenden wird das Letztgenannte vorgestellt, das auf geschicktem Wege relevante Teile des Lösungsraums enumeriert und eliminiert. Dazu wird eine unterlagerte Instanz benötigt, die untere Schranken für die optimale Lösung ganzzahliger Minimierungsprobleme bereitstellt. Diese wird zumeist durch die Lösung der LP-relaxierten Programme ermittelt und zur Beschränkung der Anzahl zu expandierender Knoten im Branch-and-Bound Suchbaum verwendet. Abbildung 4.5 zeigt auf der linken Seite den Lösungsraum eines relaxierten Problems als Obermenge der Lösungsmenge ihres ganzzahligen Pendant ( $\mathcal{X}_{IP} = \mathcal{X}_{LP} \cap \mathbb{Z}^2$ ) im zweidimensionalen Raum. Das Optimum linearer Programme  $\mathbf{x}_{LP}^*$  wird stets auf dem Rand von  $\mathcal{X}_{LP}$  angenommen und ist nicht zwingend ganzzahlig.

Es bezeichne  $z_{IP}^*$  den kleinsten Gütwert, der bislang im Branch-and-Bound-Verfahren durch das valide  $\mathbf{x}_{IP}^*$  erzielt werden konnte. Abbildung 4.6 zeigt den Branch-And-Bound-Baum zu dem in Abbildung 4.5 dargestellten Minimierungsproblem. Die Wurzel des Branch-and-Bound Suchbaumes wird mit der initialen ganzzahligen Problem Instanz  $IP_0$  und der zugehörigen LP-Relaxierung  $LP_0$  assoziiert. Gilt für die Lösung von  $LP_0$  bereits  $\mathbf{x}_{LP_0}^* \in \mathbb{Z}^n$ , so ist dies auch die Lösung des ganzzahligen Problems  $\mathbf{x}_{IP}^* \leftarrow \mathbf{x}_{IP_0}^* = \mathbf{x}_{LP_0}^*$  mit  $z_{IP}^* \leftarrow z_{IP_0}^* = z_{LP_0}^*$ . Gilt dagegen  $\mathcal{X}_{LP_0} = \emptyset$ , so besitzt auch  $IP_0$  keine Lösung. Für  $\mathbf{x}_{LP_0}^* \in \mathbb{Z}^p \times \mathbb{R}^q$  mit  $p+q=n$ , liegt eine  $LP_0$ -zulässige aber  $IP_0$ -unzulässige Lösung vor. In diesem Falle werden von  $IP_0$  anhand einer der  $q$  Variablen zwei vereinfachte Probleme abgezweigt. An dieser Stelle bestehen Freiheitsgrade in der Auswahl zu verzweigender Variablen und in der Art und Weise des Verzweigen. Allgemein entstehen beim Verzweigen durch Runden von  $x_{LP|j}^* \notin \mathbb{Z}$  die

beiden neuen Probleme durch Hinzufügen je einer der Nebenbedingungen

$$x_{LP|j} \leq \lfloor x_{LP|j}^* \rfloor \quad (4.28a)$$

$$x_{LP|j} \geq \lceil x_{LP|j}^* \rceil. \quad (4.28b)$$

Abbildung 4.5 zeigt beispielhaft auf der rechten Seite die zulässigen Lösungsmengen  $\mathcal{X}_{LP_1}$  und  $\mathcal{X}_{LP_2}$  der abgezweigten Unterprobleme, die durch Runden der ersten Komponente der eingezeichneten  $LP_0$ -Lösung (rotes Dreieck) entstanden sind. Wie in Abbildung 4.6 gezeigt, werden für die neu entstandenen Unterprobleme Folgeknoten angelegt. Im Rahmen der DWD besteht die Möglichkeit, diese Verzweigungsnebenbedingungen den betroffenen Agenten und damit den Subproblemen (4.27) zuzuordnen. In diesem Fall müssten jedoch auch diese Nebenbedingungen zwischen RMP und Agenten kommuniziert werden. Stattdessen werden (4.28a) und (4.28b) den Netzwerknebenbedingungen zugeordnet und fließen somit in die vom RMP vorgegebenen Dualvariablen  $\pi$  und  $\gamma$  ein. Dies lässt die Subprobleme unverändert und ermöglicht den Einsatz spezifischer Algorithmen zur Lösung der Instanzen von (4.27). Elemente von Transitionsvektoren besitzen wegen (4.5d) die zulässige Wertemenge  $\{0, 1\}$ . Damit entspricht eine Verzweigung auf Elementen von Transitionsvektoren gemäß (4.28a) und (4.28b) einer Fixierung auf diese zulässigen Werte. Nach Theorem 4.3 genügt eben diese Fixierung der Elemente von Transitionsvektoren auf ihre zulässigen Werte, um die Ganzzahligkeit aller Optimierungsvariablen sicherzustellen. Im weiteren Verlauf des Branch-and-Bound-Verfahrens existiert ein zusätzlicher Freiheitsgrad in der Wahl des als nächstes zu untersuchenden Blattknotens und damit der Suchrichtung. So kann der Suchbaum zunächst in die Breite, Tiefe oder Heuristiken folgend expandiert werden.

Bislang besteht das Verfahren in der bloßen Expansion des Suchbaumes. Für einen Knoten  $i$  stellt die Lösung  $\mathbf{x}_{LP_i}^*$  mit  $z_{LP_i}^*$  eine untere Schranke für  $z_{IP_i}^*$  bereit. Ist  $\mathbf{x}_{LP_i}^*$  zudem  $IP_i$ -zulässig und es gilt  $z_{IP_i}^* = z_{LP_i}^* < z_{IP}^*$ , so erfolgt ein Update von  $\mathbf{x}_{IP}^* \leftarrow \mathbf{x}_{IP_i}^* = \mathbf{x}_{LP_i}^*$  und  $z_{IP}^* \leftarrow z_{IP_i}^* = z_{LP_i}^*$ . Dies ist der Fall, wenn im Beispielpblem zunächst der linke Knoten zu den Problemen  $IP_1$  bzw.  $LP_1$  untersucht und dabei eine ganzzahlige Lösung gefunden wird. Dass es sich dabei um die optimale Lösung handelt, ist zunächst nicht bekannt, da im Lösungsraum des Knotens zu  $IP_2$  bzw.  $LP_2$  womöglich eine bessere Lösung gefunden werden kann. Die Lösung von  $LP_2$  resultiert in  $z_{LP_2}^* = 4.\bar{3}$ . Obwohl Knoten 2 eine nichtganzzahlige Lösung hervorgebracht hat, muss dieser nicht weiter expandiert werden, da er wegen  $z_{LP_2}^* = 4.\bar{3} > z_{LP_1}^* = 4$  keine bessere Lösung als die bereits gefundene hervorbringen kann. Grund hierfür ist, dass während des Branch-and-Bound-Verfahrens ausschließlich Nebenbedingungen hinzugefügt werden, weshalb die erzielbaren Kosten mit der Suchtiefe monoton ansteigen (Minimierungsproblem). Bei diesem Bound-Schritt wird der Suchbaum für die Fälle  $\mathcal{X}_{LP_i} = \emptyset$  und  $z_{LP_i}^* \geq z_{IP}^*$  unterhalb von Knoten  $i$  abgeschnitten. Die weitere Expansion des Baumes wird somit auf den Fall  $z_{LP_i}^* < z_{IP}^*$  beschränkt (englisch *bound*). Eine optimale Lösung wurde gefunden, sofern keine zu expandierenden Knoten mehr vorliegen. Mithilfe der Informationen aus den Optimalitätsschranken kann der effektiv zu durchsuchende Lösungsraum durch den Bound-Schritt erheblich eingeschränkt werden. Bei der Entscheidung für eine Tiefensuche und einer anderen Wahl der als nächstes zu untersuchenden Knoten hätte das Verfahren jedoch auch sämtliche fünf Knoten in der Reihenfolge  $0 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$

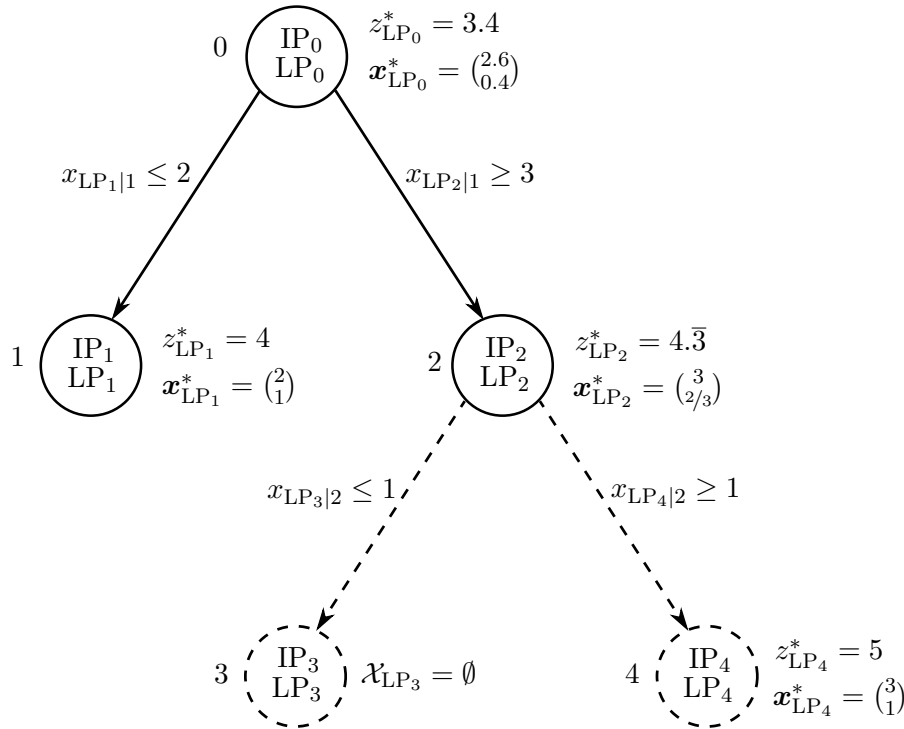


Abbildung 4.6: Branch-and-Bound-Suchbaum zum Minimierungsproblem aus Abbildung 4.5. Bei einer Verzweigung von  $x_{LP_1|1}$  im Wurzelknoten und anschließender Untersuchung von Knoten 1 muss Knoten 2 wegen  $z_{IP}^* = z_{IP_1}^* = z_{LP_1}^* = 4 < z_{LP_2}^* = 4.\bar{3}$  nicht weiter expandiert werden.

oder  $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$  durchsuchen müssen. An dieser Stelle bleibt somit Raum für unterschiedlichste Suchheuristiken. In der Praxis können problemspezifische Heuristiken auf Branch-and-Bound basierende Optimierungsverfahren stark beschleunigen. Da hier jedoch eine problemunabhängige Methode im Vordergrund steht, wird ihre Formulierung dem jeweiligen Anwender überlassen. Kombinationen von DWD und Branch-and-Bound-Verfahren werden als Branch-and-Price-Verfahren bezeichnet. Man beachte, dass Branch-and-Price-Algorithmen schnell gegen sehr gute oder gar optimale Lösungen konvergieren. Die Erbringung des mathematischen Optimalitätsnachweises erfolgt jedoch erst beim Erreichen einer leeren Menge zu expandierender Knoten im Branch-and-Bound-Baum. Deshalb ist es in der Praxis insbesondere bei großen Probleminstanzen üblich, die Optimierung vorzeitig abubrechen und mit der bis zu diesem Zeitpunkt besten IP-zulässigen Lösung  $\mathbf{x}_{IP}^*$  vorlieb zu nehmen. Bei einem vorzeitigen Abbruch der Optimierung kann die Qualität der bis dato gefundenen Lösung anhand der Optimalitätslücke (englisch *optimality gap*) bewertet werden. Im Falle von Minimierungsproblemen gibt die relative Optimalitätslücke

$$\text{gap} = 100 \cdot \frac{|z_{LP}^* - z_{IP}^*|}{|z_{IP}^*|} \quad (4.29)$$

eine prozentuale Schranke an, um die der Gütefunktionswert des globalen Optimums maximal besser sein kann, als die bislang beste IP-zulässige Lösung. Dabei stellt  $z_{LP}^*$  die bislang beste im Optimierungsverlauf gefundene untere Schranke für den Zielfunktionswert dar.

Im Verlauf der Optimierung ist die Optimalitätslücke monoton fallend. Dennoch wenden Branch-and-Price-Verfahren meist einen erheblichen Anteil der Optimierungszeit dazu auf, die letzten wenigen Prozentpunkte der Optimalitätslücke zu schließen und somit den Optimalitätsnachweis zu erbringen. Dieser Effekt wird auch im Rahmen der Anwendung auf ein Produktionsbeispiel in Kapitel 6.1 zu beobachten sein. Die relative Optimalitätslücke wird deshalb häufig auch als Abbruchkriterium für Branch-and-Bound-basierte Optimierungsverfahren verwendet. Bei rein auf Pfadsuche basierenden Algorithmen ist ein vorzeitiger Abbruch üblicherweise nicht möglich, da erst mit ihrer Beendigung eine zulässige Lösung gefunden wird. Das vorgestellte Optimierungsverfahren besitzt neben seinen rein mathematischen Eigenschaften eine anschauliche Interpretation. Auf sie wird im folgenden Abschnitt eingegangen.

### 4.3.3 Interpretation des Verfahrens

Die Dantzig-Wolfe-Dekomposition entspringt dem Gebiet der Operationsforschung und besitzt neben ihren mathematischen Eigenschaften gleich mehrere ökonomische Interpretationen, die ebenfalls auf MADES übertragen werden können.

Aus betriebswirtschaftlicher Sicht stellt die DWD ein Verfahren zur Koordination eines Unternehmens durch den Einsatz interner Verrechnungspreise dar [54]. Dabei koordiniert die „Top-Ebene“ (Leitungsebene) eines Unternehmens ihre „Basis-Einheiten“ (Abteilungen), indem sie deren Entscheidungsprozesse durch Budgetierung beeinflusst. Untergeordnete Abteilungen planen sodann ihre Entscheidungen auf Basis zugewiesener Budgets (Ressourcen). Nach dem Zurückmelden an die Leitungsebene passt diese ihre Ressourcenverteilung an. Charakteristisch für diese Planungsform ist, dass Ressourcenvorgaben aus Sicht der Basis-Einheiten aufgrund unvollständiger Informationen oftmals keinen Sinn ergeben.

Im Allgemeinen bilden Branch-and-Price- bzw. DWD- Verfahren die Funktionsweise von Märkten nach, bei der eine Börse iterativ im Zusammenspiel mit Marktteilnehmern optimale Marktpreise für gemeinsame Ressourcen jeglicher Art ermittelt. In [10] wurde dieses Konzept für die optimale Koordination verteilter Energieressourcen am Beispiel des kanadischen Energiemarktes von Ontario durchgeführt. In diesem Kontext besitzt die dezentrale Koordination den weiteren Vorteil, die Privatsphäre (in Form individueller Handlungsmodelle) der Marktteilnehmer zu schützen. Im Kontext dieser Arbeit beschreiben die Netzwerk-Nebenbedingungen  $\mathbf{A}^N \mathbf{x} = \mathbf{b}^N$  den (Markt-) Zugang der einzelnen Agenten zu gemeinsam genutzten Ressourcen während  $\mathbf{A}^A \mathbf{x} = \mathbf{b}^A$  agentenindividuelle Handlungsmodelle beschreiben. Konkret auf Produktionsnetzwerke bezogen, konkurrieren Produktionsmaschinen um Mitarbeiter und Werkstücke verschiedenen Verarbeitungszustandes zum Zwecke der maximalen Kostenreduktion. So werden beispielsweise Mitarbeiterressourcen denjenigen Maschinen zugeteilt, die im betrachteten Zeitpunkt den größten Beitrag zur Kostenreduktion leisten können.

## 4.4 Modellapproximation zur zeitkontinuierlichen Reglersynthese

In den vorangegangenen Abschnitten wurde eine Methode zur verteilten Trajektorienplanung vorgestellt. Sie ermöglicht den Einsatz ereignisdiskreter Systemmodelle in Form von Petri-Netzen zur Optimierung des Führungsverhaltens von MADES gemäß Definition 4.4. Aus Kapitel 3.1 geht hervor, dass Konzepte zur Regelung ereignisdiskreter Systeme darauf abzielen, über den Einsatz eines Supervisors oder durch Einbringen zusätzlicher logischer Bedingungen Systeme am Erreichen verbotener Systemzustände zu hindern. Für das Konzept der Zwei-Freiheitsgrade-Regelung wird dagegen ein Regler benötigt, der ein System aktiv auf eine Referenztrajektorie zurückzuführen vermag. Eine weitere Kernidee hinter dem Zwei-Freiheitsgrade-Konzept ist, dass der Regler dank des vorgesteuerten Referenzverhaltens lediglich Störgrößen und Modellfehler in einer lokalen Umgebung um diese Referenztrajektorie kompensieren muss. Es genügt deshalb, ein lokal gültiges und oftmals vereinfachtes, linearisiertes Entwurfsmodell zu verwenden. Nachstehend wird gezeigt, wie dieses Prinzip auf die vorliegende Systemklasse übertragen werden kann. Dazu wird, ausgehend vom ereignisdiskreten Planungsmodell, ein vereinfachtes Differentialgleichungsmodell zur Reglersynthese abgeleitet.

Zunächst werden die durch Plätze in Petri-Netzen repräsentierten ereignisdiskreten Zustände auf ihren Informationsgehalt hin untersucht. Hierzu lassen sich Elemente der Menge von Plätzen  $P \in \mathcal{P}$  eines Petri-Netzes nach Definition 4.1 in eine der beiden folgenden Kategorien einordnen:

- 1) Speicherplätze modellieren Zustände im regelungstheoretischen Sinne. Sie enthalten quantitative Speicherinformationen, und ihre Platzmarkierungen lassen sich mit der euklidischen Metrik in Relation zueinander setzen.
- 2) Logikplätze modellieren Zustände im Sinne von Zustandsautomaten. Sie enthalten die boolesche Information, ob ein System einen abstrakten Zustand inne hat. Der Vergleich von Logikplätzen bedarf gesondert zu definierender Metriken.

Logische Plätze besitzen eine Tokenkapazität von eins. So kann die Markierung eines Logikplatzes im Sinne der booleschen Algebra interpretiert werden: Ein Agent nach Definition 4.2 befindet sich im Zustand *Off*, wenn die Markierung des mit dem logischen Zustand *Off* assoziierten Platzes einen Token enthält. Speicherplätze können dagegen beliebige Tokenkapazitäten aufweisen. Sie modellieren Zustände, die im regelungstechnischen Sinne Gedächtnisinformationen wie eine bereits gefertigte Anzahl von Werkstücken speichern. Speicherplätze lassen sich im Gegensatz zu Logikplätzen durch eine euklidische Abstandsfunktion (Metrik) aussagekräftig in Relation setzen (siehe auch [1]). Betrachtet man das logische Subnetz von Petri-Netz-Modellen, so besitzt dieses im Falle sinnvoller technischer Systeme Transitions-Invarianten gemäß der folgenden Definition 4.5.

**Definition 4.5.** Ein (Transitions-)Vektor  $\mathbf{t}$  heißt Transitions-Invariante (T-Invariante) des schleifenfreien Petri-Netzes  $\mathcal{PN} = \langle \mathcal{P}, \mathcal{T}, \mathbf{N}, \overline{\mathbf{m}}, \mathbf{m} \rangle$ , wenn  $\mathbf{N}\mathbf{t} = \mathbf{0}$  und  $\mathbf{t} \in \mathbb{N}^{|\mathcal{T}|_0}$  gilt.

Eine T-Invariante nach Definition 4.5 gibt folglich die Menge der Transitionen an, die schalten muss, um ein Petri-Netz ausgehend von einem Startzustand wieder in ebendiesen Startzustand zu überführen. Eine triviale T-Invariante, die deshalb von der Betrachtung ausgeschlossen wird, ist  $\mathbf{t} = \mathbf{0}$ . Die Existenz einer T-Invarianten ist nicht hinreichend für die Ausführbarkeit der zugehörigen Transitionsmenge und sagt nichts über eine etwaige Ausführungsreihenfolge aus. Nachfolgend wird der Begriff der T-Invarianten ausschließlich auf die Logikplätze eines Systems bezogen, da sinnvoll konstruierte technische Systeme und im Speziellen die hier betrachteten Produktionsmaschinen bezüglich ihres logischen Zustandes als reversibel anzunehmen sind. Bezüglich der Logikplätze eines Petri-Netzes existieren stets ausführbare T-Invarianten, die Zyklen im (auf Logikplätze beschränkten) Erreichbarkeitsgraphen repräsentieren. Die drei Agenten des Beispiels aus Abbildung 4.1 sind durch die Speicherplätze  $P_7, P_8, P_9$  vernetzt. Jeder Agent kann zwischen zwei logischen Zuständen wechseln. So ergeben sich T-Invarianten für die Logikplätze  $P_1 - P_6$  des Gesamtnetzes aus positiven ganzzahligen Linearkombinationen von  $\mathbf{t}_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$ ,  $\mathbf{t}_2 = \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_4$  und  $\mathbf{t}_3 = \mathbf{e}_5 + \mathbf{e}_6$ , wobei  $\mathbf{e}_i$  den  $i$ -ten Einheitsvektor passender Dimension bezeichnet.

Der Markierungsvektor eines ereignisdiskreten Agenten nach Definition 4.2 kann gemäß

$$\mathbf{m}(k+1) = \mathbf{m}(k) + \mathbf{N}\mathbf{t}(k) \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1(k+1) \\ \mathbf{m}_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1(k) \\ \mathbf{m}_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{N}_1 \\ \mathbf{N}_2 \end{bmatrix} \mathbf{t}(k) \quad (4.30)$$

in einen logischen Teil  $\mathbf{m}_1$  und einen gedächtnisbehafteten Speicherteil  $\mathbf{m}_2$  partitioniert werden. Nachstehend wird das Durchlaufen eines Zyklus  $\zeta$  und damit das Schalten der durch die zugehörige T-Invariante definierten Transitionen betrachtet. Letztere seien durch Elemente  $\mathbf{c} \in \mathfrak{C}$  indiziert, wobei  $\mathfrak{C}$  die Menge der Indizes zu den Transitionen des Zyklus  $\zeta$  beschreibt. Änderungen des Systemzustandes nach dem Durchlaufen von  $\zeta$  ergeben sich damit zu

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_1(k + |\mathfrak{C}|) - \mathbf{m}_1(k) &= \mathbf{N}_1 \sum_{\mathbf{c} \in \mathfrak{C}} \mathbf{e}_{\mathbf{c}} = \mathbf{0} \\ \mathbf{m}_2(k + |\mathfrak{C}|) - \mathbf{m}_2(k) &= \mathbf{N}_2 \sum_{\mathbf{c} \in \mathfrak{C}} \mathbf{e}_{\mathbf{c}} = \Delta \mathbf{m}_2^{\zeta}. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Nach diesem Zyklus nimmt das System denselben logischen Zustand ein, wie vor Beginn des Zyklus. Die resultierende Zustandsänderung in den Logikplätzen ergibt sich zu Null. Dagegen erfahren Speicherzustände eine Änderung  $\Delta \mathbf{m}_2^{\zeta}$ . Da die Messung der Speicherzustände durch das euklidische Abstandsmaß aussagekräftig ist, kann die im Folgenden durchgeführte Fluidisierung ohne wesentlichen Informationsverlust erfolgen. Bei diesem Prozess wird von einem gleichmäßigen Beitrag der  $|\mathfrak{C}|$  Transitionen zu  $\Delta \mathbf{m}_2^{\zeta}$  ausgegangen. Die Zustandsänderung nach einer Transition  $\mathbf{e}_{\mathbf{c}}$  mit  $\mathbf{c} \in \mathfrak{C}$  ergibt sich somit zu  $\frac{\Delta \mathbf{m}_2^{\zeta}}{|\mathfrak{C}|}$ . Wird nun jeder Transition eine einheitliche Transitionszeit  $\Delta T$  zugeordnet, kann der Ereigniszähler  $k$  durch die Zeitvariable  $t$  ersetzt werden. Die Zustandsänderung bezogen auf einen Zeitschritt  $\Delta T$ , während

dem sich das System im betrachteten Zyklus befindet, ist durch

$$\frac{\mathbf{m}_2(t + \Delta T) - \mathbf{m}_2(t)}{\Delta T} = \frac{\Delta \mathbf{m}_2^\zeta}{|\mathfrak{C}| \Delta T} = \frac{\Delta \mathbf{m}_2^\zeta}{\Delta T^\zeta}$$

gegeben, wobei  $\Delta T^\zeta = |\mathfrak{C}| \Delta T$  der konstanten Zykluszeit entspricht. Durch die Grenzwertbildung

$$\dot{\mathbf{m}}_2(t) = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\mathbf{m}_2(t + \Delta T) - \mathbf{m}_2(t)}{\Delta T} = \frac{\Delta \mathbf{m}_2^\zeta}{\Delta T^\zeta} \quad (4.32)$$

kann ein zeitkontinuierliches Differenzialgleichungsmodell gefunden werden. Dieser Vorgang wird als Fluidisierung bezeichnet. Durch sie werden im Petri-Netz-Formalismus atomare Tokens in infinitesimal kleine Einheiten aufgelöst. Man beachte, dass mit dieser Form der Fluidisierung eine Approximation des Ursprungsmodells getätigt wurde. Der Informationsverlust bleibt jedoch begrenzt und verschwindet nach jeder Vollendung eines Zyklus. Die Fluidisierung der Speicherplätze kann als Interpolation zwischen den diskreten Tokenmengen verstanden werden. Die so entstandenen Zwischenwerte besitzen Aussagekraft, weil die euklidische Metrik für Tokenmengen in Speicherplätzen eine aussagekräftige Abstandsfunktion darstellt. Angewandt auf logische Zustände würde der Fluidisierungsprozess hingegen gerade diese exakten Logikinformationen zerstören. Entlang einer T-Invarianten kommt es jedoch zu keiner Veränderung im logischen Agentenzustand, und es kann eine sinnvolle Modellapproximation gefunden werden.

Die Betrachtung sämtlicher vorhandener Zyklen (Invarianten) würde nach Fluidisierung in einem abschnittsweise definierten Modell resultieren, das zwischen den Fluidisierungen verschiedener T-Invarianten umschaltet. Wie bereits festgestellt, genügt für den 2DoF-Ansatz jedoch ein vereinfachtes Reglerentwurfsmodell, das hinreichende Gültigkeit im vorgesteuerten Arbeitspunkt besitzt. Letzterer ist im Falle von Produktionsnetzwerken gegeben durch das zyklische Produzieren beteiligter Produktionsmaschinen. Darum bildet die damit korrespondierende T-Invariante die Basis zur Herleitung des für den Reglerentwurf benötigten fluiden Modells in Kapitel 5.3.



## 5 Anwendung auf Produktionsnetzwerke

In diesem Kapitel werden die in Kapitel 4 erläuterten theoretischen Konzepte auf die in Unterkapitel 2.1 beschriebenen flexiblen Produktionsnetzwerke angewendet. Dazu erfolgt eine ereignisdiskrete Systemmodellierung mit Petri-Netzen. Maschinen und Ressourcen werden dabei separat betrachtet und anschließend im Sinne einer kompositionellen Modellierung zu einem Gesamtmodell zusammengeführt. Unterkapitel 5.3 fluidisiert das ereignisdiskrete Systemmodell gemäß Kapitel 4.4, um zu einem approximativen Reglerentwurfsmodell zu gelangen. Nach einer Steuerbarkeitsanalyse erfolgen der Entwurf eines Zustandsreglers und die Verkopplung der Einzelkomponenten zum 2DoF-Gesamtregelkreis in den Abschnitten 5.3.2 und 5.4.

### 5.1 Kompositionelle Modellierung

In diesem Unterkapitel erfolgt die kompositionelle Modellbildung der in Kapitel 2.1 beschriebenen flexiblen Produktionsnetzwerke mit Petri-Netzen. Das gesuchte Modell wird die Struktur ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme (MADES) nach (4.4c) aus Definition 4.4 aufweisen. Die Modellierung erfolgt in zwei Schritten. Abschnitt 5.1.1 erläutert die Modellierung der Agenten in Gestalt von Produktionsmaschinen. Im Anschluss präsentiert Abschnitt 5.1.2 die Verkopplungen der Agenten mit den gemeinsam genutzten Netzwerkressourcen in Gestalt von Mitarbeiterpersonal und Werkstücken. Am Ende steht ein universell anwendbares Rahmenwerk zur Modellierung von Produktionsnetzwerken. Seine Anwendbarkeit geht weit über die in dieser Arbeit betrachteten, für Zerspanungsprozesse relevanten Linienstrukturen gemäß Abbildung 2.1 auf Seite 6 hinaus. Dies wird unter der Annahme disjunkter Prä- und Postpuffermengen mit den allgemein möglichen Vernetzungsstrukturen zwischen Puffern und Maschinen aus Abbildung 5.1 motiviert. Diese allgemeine Struktur kann wie folgt interpretiert werden: Eine Maschine transformiert eine Menge von  $n$  verschiedenen Grundstoffen in eine Menge von  $m$  Zielstoffen. Dabei werden mit  $i = 1, \dots, n$  und  $j = 1, \dots, m$  je  $\alpha_i$  Einheiten des  $i$ -ten Grundstoffs benötigt und je  $\beta_j$  Einheiten des  $j$ -ten Zielstoffs hergestellt. Bei der Zerspanung findet man zumeist klassische Linienstrukturen vor, für deren Maschinen  $n = m = 1$  und  $\alpha = \beta$  gilt. Dagegen können Montageprozesse, bei denen Teilprodukte zusammengefügt werden, über Strukturen mit  $n > m$  und Demontageprozesse über solche mit  $n < m$  abgebildet werden. Portionierungsprozesse wie das Aufteilen eines Grundstoffes in mehrere kleinere aber gleiche Einheiten werden mit  $n = m = 1$  und  $\alpha_1 < \beta_1$  ebenso abgedeckt wie das Zusammenführen mehrerer gleicher Einheiten mit  $n = m = 1$

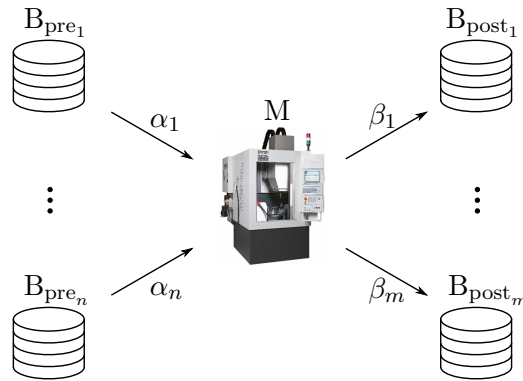


Abbildung 5.1: Mögliche Vernetzungsstrukturen zwischen Puffern und Maschinen.

und  $\alpha_1 > \beta_1$ . Konkret besäße eine Anlage, die Getränkekästen mit je 24 Flaschen bestückt eine Vernetzungsstruktur gemäß Abbildung 5.1 mit  $n = 2$ ,  $\alpha_1 = 24$ ,  $\alpha_2 = 1$  sowie mit  $m = 1$  und  $\beta_1 = 1$ . Im nächsten Abschnitt erfolgt die Modellierung der Maschinen, die derartige Transformationen durchführen. Ausgehend von dieser allgemeinen Motivation wird diese Modellierung im Speziellen für die in Kapitel 2.1 beschriebenen Produktionsmaschinen durchgeführt.

### 5.1.1 Maschinenmodell

Nachfolgend wird das Modell eines Agenten nach Kapitel 4.1 in Gestalt eines Maschinenmodells gemäß der Systembeschreibung aus Kapitel 2 vorgestellt. Dazu zeigt Abbildung 5.2 im oberen Teil das Petri-Netz-Modell einer solchen Maschine. Es besteht aus den Zuständen *Off* (O), *Startup* (SU), *Idle* (I), *Work* (WK), *Tool change* (TC), *Shutdown* (SD) und *Wear* (W), die von den Plätzen  $P_1$  bis  $P_7$  repräsentiert werden. Grüne und blaue Kanten an den Transitionen zeigen, für welche Zustandswechsel die Ressourcen *Worker* (WR) bzw. *Workpiece* (WP) erforderlich sind. Aus Sicht einer Maschine stellen beide externe Ressourcen dar, weshalb sie ihre Systemgrenze schneiden. So wird zum Hochfahren einer Maschine über  $T_1$  ein Mitarbeiter benötigt, der nach Abschluss des Vorgangs über  $T_2$  wieder freigegeben wird. Die Plätze  $P_1$  bis  $P_6$  stellen logische Maschinenzustände dar, weshalb  $\bar{m}_i = 1$  für  $i = 1, \dots, 6$ . Der Werkzeugverschleiß stellt dagegen eine maschineninterne Ressource dar und wird in Platz  $P_7$  gespeichert. Seine Kapazität  $\bar{m}_7$  resultiert aus der Werkzeugstandzeit. Die konkrete Wahl von  $\bar{m}_7$  wird am Ende dieses Unterkapitels thematisiert. Zu Beginn jedes Produktionszyklus über  $T_3$  wird  $P_7$  um ein Verschleißinkrement  $\Delta\omega$  erhöht. Spätestens sobald  $m_7(k) = \bar{m}_7$  kann kein weiterer Produktionszyklus beginnen, bevor nicht über  $T_5$  und  $T_6$  ein Werkzeugwechsel durchgeführt wurde. Zudem besitzt jedes Maschinenmodell eine Wartetransition  $T_9$ . Sie ist in jedem Zustand aktiv/feuerbar und verursacht keine Zustandsänderungen. So wird sichergestellt, dass jeder Agent gemäß Annahme 4.1 genau

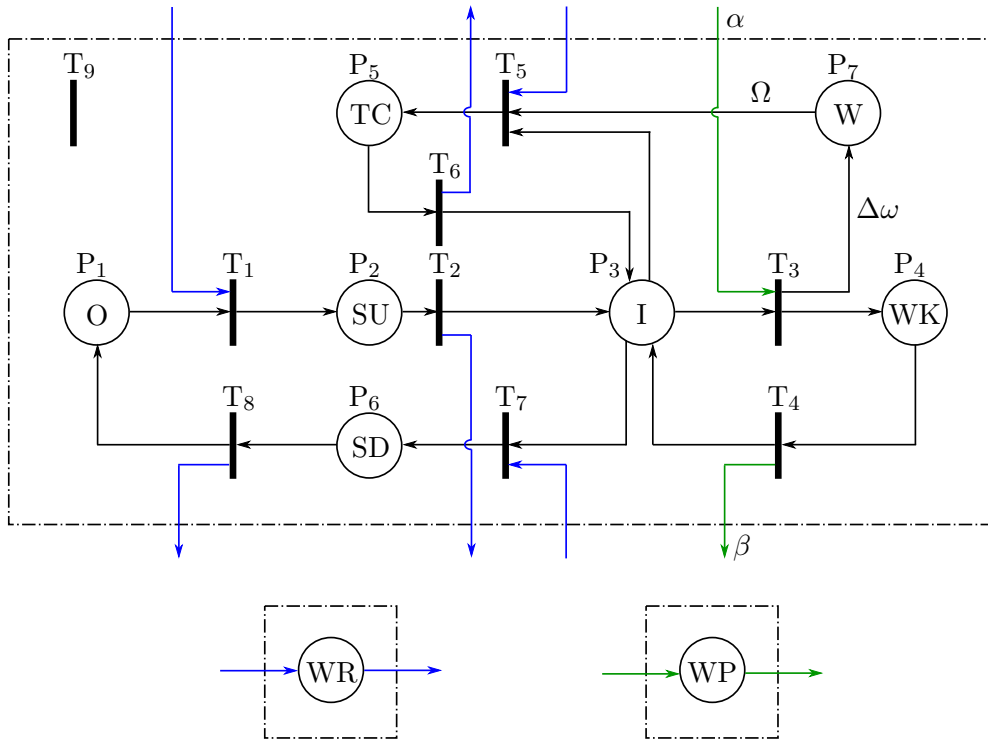


Abbildung 5.2: Petri-Netz-Modell einer Produktionsmaschine. Alle nicht beschrifteten Kanten haben ein Gewicht von eins. Ressourcen treten über die Systemgrenze in das Maschinensystem ein, um darin Aktionen zu ermöglichen. Mitarbeiter (WR) werden benötigt, um Maschinen hochzufahren (SU), herunterzufahren (SD) und verschlissene Werkzeuge zu wechseln (TC). Werkstücke (WP) werden benötigt, um einen Verarbeitungsprozess (WK) durchführen zu können. Die Gewichte der grünen Kanten wurden in Anlehnung an Maschine  $M_3$  aus Abbildung 2.1 gewählt.

eine Transition pro Ereignisschritt ausführen kann, und sei es nur, um in seinem aktuellen Zustand zu verharren.

Das in Abbildung 5.2 gezeigte Maschinenmodell ist rein ereignisdiskreter Natur und besitzt keine Zeitinformationen. Um den Ereigniszähler an eine Zeitachse zu koppeln, ist gemäß der Modellauswahl aus Kapitel 3 jeder Transition eine konstante Zeitdauer  $\Delta T$  zuzuordnen. Verschiedene Abläufe können durch Verfeinerung über eine Menge von Subzuständen in zeitliche Relation zueinander gesetzt werden. Wie in Abbildung 5.3 veranschaulicht, werden dabei Vorgänge, die zuvor durch nur einen Platz repräsentiert wurden, durch eine Menge von Subzuständen abgebildet. Diese feinere Auflösung ermöglicht die Wahl einer gemeinsamen Zeitkonstanten  $\Delta T$  auch für unterschiedlich lang andauernde Abläufe.

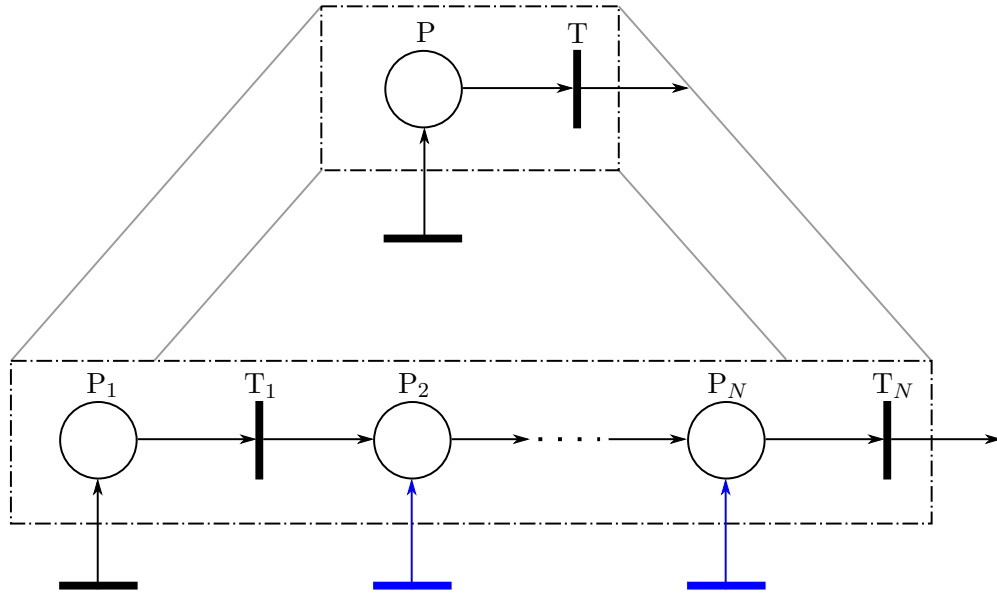


Abbildung 5.3: Verfeinerung des Platzes  $P$  durch  $N$  Subplätze  $P_1 - P_N$ . Die zusätzlichen in blau dargestellten Transitionen ermöglichen das Betreten des Platzes  $P$  an verschiedenen Stellen und damit eine variable Aufenthaltsdauer im zugehörigen Zustand.

Die in Abbildung 5.3 von der Systemgrenze umschlossene, verfeinerte Zustandsdarstellung wird durch die Subnetzmatrix

$$\mathbf{N}_{\delta N} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

beschrieben. Der Index  $\delta N$  kennzeichnet die Verfeinerung durch  $N$  Subzustände. Sie zu durchlaufen benötigt eine Dauer von  $N\Delta T$ . Nach Kapitel 2 wird die Zeitdauer der Abläufe SU, TC und SD als näherungsweise konstant angenommen. Sie lassen sich für Maschine  $M_j$  gemäß (5.1) mit  $\delta N_{SU_j}$ ,  $\delta N_{TC_j}$  und  $\delta N_{SD_j}$  modellieren. Bei ihrer Wahl ist zu berücksichtigen, dass von Beginn bis zum Ende eines Ablaufs im Modell eine Zeit von  $(N+1)\Delta T$  vergeht. Ursache hierfür ist, dass das Starten eines Ablaufs ebenfalls durch eine Transition mit der Transitionsdauer  $\Delta T$  veranlasst wird. So ergibt sich die Dauer für die Durchführung eines Werkzeugwechsels (Zustandsfolge  $I \rightarrow TC \rightarrow I$ ) aus der Summe von  $\Delta T$  (für  $I \rightarrow TC$ ) und  $N_{TC_j}\Delta T$  (für  $TC \rightarrow I$ ).

Da sich dieses Unterkapitel mit der Modellierung einer einzelnen Maschine befasst, wird aus Gründen der Lesbarkeit im Weiteren auf eine maschinenbezogene Indizierung verzichtet. Dies betrifft sämtliche Maschinenparameter, die ansonsten analog zu Kapitel 2 mit  $M_j$  indiziert zu verstehen sind. Lediglich die hergeleiteten Zwischenresultate werden mit vollständiger Indizierung angegeben.

Da es der Petri-Netz-Formalismus nicht vermag, kontinuierliche Größen darzustellen, muss auch die Produktionsgeschwindigkeit durch eine endliche Menge von  $N_{SF}$  diskreten Stellgrö-

ßenwerten modelliert werden. Aus einer konstanten Produktionsgeschwindigkeit ergäbe sich eine konstante Prozesszeit, und der Arbeitszustand könnte analog zu SU, SD und TC durch (5.1) mit  $\delta N_{\text{SF}}$  modelliert werden. Variable Produktionsgeschwindigkeiten resultieren jedoch in variablen Prozesszeiten. Diese könnten berücksichtigt werden, indem der Arbeitszustand gemäß der blauen Transitionen in Abbildung 5.3 zu unterschiedlichen Subzuständen betretbar gemacht würde. In diesem Fall würde die Anzahl der durchlaufenen Subarbeitszustände je nach gewählter Produktionsgeschwindigkeit variieren und die Menge zu produzierender Werkstücke beim Betreten/Verlassen des Arbeitszustandes aufgenommen/abgegeben werden. Stattdessen wird jede Produktionsgeschwindigkeit gemäß Abbildung 5.4 durch einen individuellen Pfad im Arbeitszustand realisiert. Die Modellierung des Arbeitszustandes gemäß Abbildung 5.4 ermöglicht bei gegebenem  $N_{\text{SF}}$  und  $\Delta T$  die Abbildung der Produktionszykluszeiten  $\tilde{p}_l \Delta T$  mit  $\tilde{p}_l \in \{2, \dots, N_{\text{SF}} + 1\}$  mit  $l = 1, \dots, L$ . Dabei entspricht  $L \leq N_{\text{SF}}$  der Anzahl der tatsächlich modellierten Produktionszyklen, da nicht sämtliche  $N_{\text{SF}}$  möglichen Produktionszyklen modelliert werden müssen. Stattdessen genügt oftmals die in einem entsprechenden Verhältnis wechselnde Durchführung schneller und langsamer Produktionszyklen, um für eine Menge von Produktionszyklen eine effektive Durchschnittsgeschwindigkeit zu erzielen. Abbildung 5.5 zeigt die auf diese Weise effektiv realisierbaren Skalierungsfaktoren (normierte Produktionsgeschwindigkeiten)  $u_{\text{eff}}$  für die Fälle  $L = 2$  und  $L = 3$ . Bei vielen Produktionszyklen ist diese Form der Hierarchisierung zweckmäßig, um die Modellgröße handhabbar zu halten. Dabei werden Teile der Freiheitsgrade einer produktionszyklusindividuellen Wahl von Produktionsgeschwindigkeiten genutzt, um auch mit kleinen  $L$  fein justierbare Effektivgeschwindigkeiten zu realisieren.

Die Wahl von  $N_{\text{SF}}$  und  $\Delta T$  bestimmt die Genauigkeit, mit der minimale und maximale Prozesszeiten  $\underline{p}$ ,  $\bar{p}$  und sämtliche Zwischenwerte vom Petri-Netz-Modell abgebildet werden können. Je nach Relation von  $\underline{p}$  zu  $\bar{p}$  müssen die Intervallgrenzen von  $\{2, \dots, N_{\text{SF}} + 1\}$  dabei ebenso wenig angenommen werden wie etwaige Zwischenwerte. Der Vektor  $\tilde{\mathbf{p}}$  fasst die Anzahlen der Transitionen der  $L$  gemäß Abbildung 5.4 modellierten Produktionszyklen zusammen. Das Petri-Netz-Modell einer Maschine diskretisiert damit das Intervall  $[\underline{p}, \bar{p}]$  an  $\dim(\tilde{\mathbf{p}}) = L \leq N_{\text{SF}}$  Stellen und modelliert die Prozesszeiten  $\mathbf{p} = \Delta T \cdot \tilde{\mathbf{p}}$ . Auch zeigt Abbildung 5.4, dass der Verschleißzustand bei Entscheidung für den  $l$ -ten Produktionszyklus um das Verschleißinkrement  $\Delta\omega_l$  erhöht wird. Wie diese Verschleißinkremente im Hinblick auf die von Petri-Netzen geforderte Ganzzahligkeit gewählt werden, wird am Ende dieses Unterkapitels diskutiert.

Weiterhin sei auf die Flussorientiertheit dieser Modellierung hingewiesen: Werkstücke werden fortwährend beim Durchlaufen eines Produktionszyklus aufgenommen bzw. abgegeben. Einerseits erhöht dies die Übereinstimmung des ereignisdiskreten Modells mit der in Kapitel 4.4 bzw. 5.3.1 durchgeführten Fluidisierung. Andererseits erlaubt dies die Abbildung mehrerer Produktionszyklen des realen Systems in einem Produktionszyklus des Systemmodells. Somit können insbesondere sehr kurze Produktionsprozesse zusammengefasst und eine größere Zeitkonstante  $\Delta T$  gewählt werden. Die aggregierte Betrachtung mehrerer Produktionszyklen erlaubt damit eine gezielte Reduktion von Freiheitsgraden für die Trajektorien-

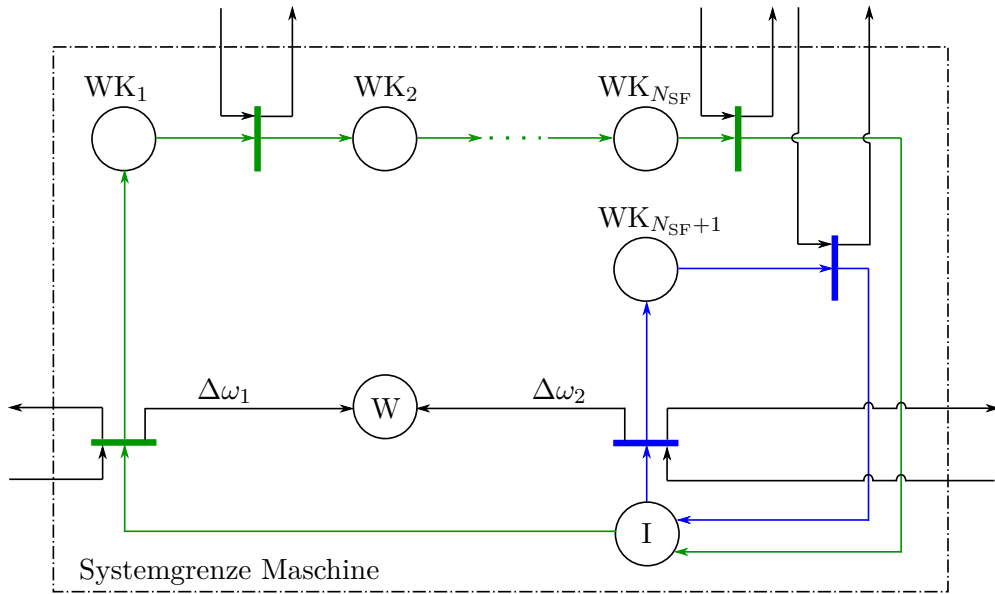


Abbildung 5.4: Abbildung des für Produktionszyklen relevanten Ausschnitts aus dem Maschinenmodell nach Abbildung 5.2. Dargestellt ist die Modellierung des Arbeitszustandes mit den Produktionsgeschwindigkeiten  $1/(2\Delta T)$  (blauer Pfad) und  $1/((N_{SF}+1)\Delta T)$  (grüner Pfad). Die Systemgrenze überquerende Kanten kennzeichnen Werkstückflüsse in die Maschine hinein und aus ihr heraus. Verbindungen zu den übrigen maschineninternen Zuständen aus Abbildung 5.2 sind nicht eingezeichnet.

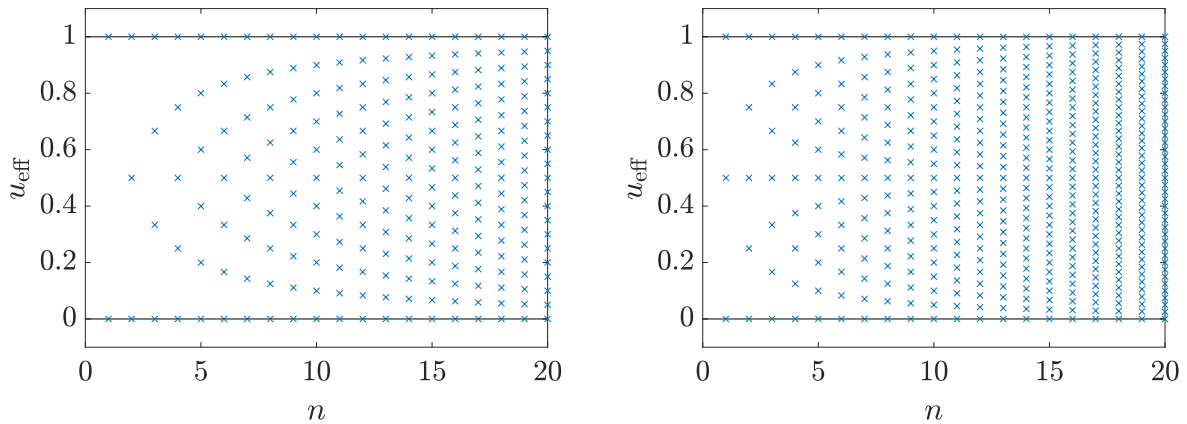


Abbildung 5.5: Effektiv realisierbare Skalierungsfaktoren  $u_{\text{eff}}$  bei der Durchführung von  $n$  Produktionszyklen mit  $L = 2$  (links) bzw.  $L = 3$  (rechts) verschiedenen Produktionsgeschwindigkeiten.

planung. Dieser Umstand wird im Rahmen einer Modellinterpretation in Kapitel 5.4 eingehender thematisiert. Für den Moment genügt die Einsicht, dass das Modell aus Abbildung 5.4 einen Kompromiss zwischen Modellgenauigkeit und Optimierungsaufwand ermöglicht. Nachstehend wird die bislang graphische Modellierung in eine algebraische Beschreibungsform überführt und verallgemeinert.

Unter Verwendung von (5.1) können die Subnetzmatrizen für den Arbeitszustand aus Abbildung 5.4 für eine Maschine  $M_j$  zusammengesetzt werden. Dazu werden die Zustände *Idle* und *Work* betreffenden Zustandsänderungen betrachtet, welche durch die Transitionen  $I \rightarrow WK$  bzw.  $WK \rightarrow I$  hervorgerufen werden. Im gewählten Notationsschema beschreibt  $\mathbf{N}_{I \rightarrow WK}^{WK}$  die den Arbeitszustand betreffenden Zustandsänderungen der Transitionen von *Idle* zu *Work*. Jede Kette von Subarbeitszuständen kann durch eine Matrix der Form (5.1) beschrieben werden. Für  $N_{SF}$  verschiedene Arbeitsgeschwindigkeiten ergibt sich damit  $\mathbf{N}_{WK \rightarrow I}^{WK}$  als Blockdiagonalmatrix zu

$$\mathbf{N}_{WK \rightarrow I}^{WK} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{\delta N_{SF}} & & & \\ & \mathbf{N}_{\delta N_{SF}-1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{N}_{\delta 1} \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

Es ist nicht erforderlich, sämtliche  $N_{SF}$  Produktionszyklen zu modellieren. So sind in Abbildung 5.4 lediglich  $\mathbf{N}_{\delta N_{SF}}$  (grün) und  $\mathbf{N}_{\delta 1}$  (blau) und damit  $L = 2$  dargestellt. Die letzte Transition von  $\mathbf{N}_{\delta N_{SF}}$  bzw.  $\mathbf{N}_{\delta 1}$  entzieht dem letzten Platz des jeweiligen Produktionszyklus einen Token (vgl. letzte Spalte von (5.1)). Dieser Token kann sodann dem *Idle*-Zustand über

$$\mathbf{N}_{WK \rightarrow I}^I = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{N_{SF}|N_{SF}}^T & \mathbf{e}_{N_{SF}-1|N_{SF}-1}^T & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

zugeführt und der Produktionszyklus damit abgeschlossen werden. Zum Start eines weiteren Produktionszyklus wird dem *Idle*-Platz über den negativen Einsvektor  $-\mathbb{1}^T$  eben dieser Token wieder entzogen. Er wird, je nachdem welcher Produktionszyklus ausgewählt wurde, dessen erstem Platz über die zugehörige Spalte aus

$$\mathbf{N}_{I \rightarrow WK}^{WK} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{N_{SF}|1} & & & \\ & \mathbf{e}_{N_{SF}-1|1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{e}_{1|1} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

zugeführt. Zeitgleich wird über den Vektor der Verschleißinkremente  $\Delta\omega^T$  der Verschleißzustand entsprechend des gewählten Produktionspfades erhöht. Da eine kürzere Prozesszeit höheren Werkzeugverschleiß impliziert, sind die Elemente von  $\Delta\omega$  aufsteigend in ihrer Größe sortiert. Mit den Abkürzungen (5.2), (5.3) und (5.4) ergibt sich die Netzmatrix des Petri-

Netz-Modells aus Abbildung 5.2 von Maschine  $M_j$  zu

$$\mathbf{N}_{M_j} = \begin{bmatrix} -1 & & & & & & & \mathbf{e}_{N_{SD_j}}^T \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{N}_{\delta N_{SU_j}} & & & & & & \\ & \mathbf{e}_{N_{SU_j}}^T & -\mathbb{1}^T & \mathbf{N}_{WK \rightarrow I}^I & -1 & \mathbf{e}_{N_{TC_j}}^T & -1 & \\ & & \mathbf{N}_{I \rightarrow WK}^{WK} & \mathbf{N}_{WK \rightarrow I}^{WK} & & & & \\ & & & & \mathbf{e}_1 & \mathbf{N}_{\delta N_{TC_j}} & & \\ & & & & & & \mathbf{e}_1 & \mathbf{N}_{\delta N_{SD_j}} \\ & & \Delta \boldsymbol{\omega}_{M_j}^T & & -\Omega_{M_j} & & & \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

In (5.5) korrespondieren Zeile und Spalten mit Plätzen und Transitionen im Petri-Netz-Graphen. Es sei angemerkt, dass eine die Wartetransition beschreibende Nullspalte in (5.5) nicht aufgeführt wurde.

Da die wertkontinuierliche Natur der variierbaren Produktionsgeschwindigkeit nicht unmittelbar in die ereignisdiskrete Modellierung mittels Petri-Netzen integriert werden kann, wurden unterschiedliche Produktionsgeschwindigkeiten durch „Quantisierung“ des Arbeitszustandes gemäß Abbildung 5.4 modelliert. Nachstehend werden die Folgen dieser Quantisierung auf die Modellierung des Werkzeugverschleißes thematisiert.

### Folgen der Quantisierung für den Werkzeugverschleiß

Die Wahl der Produktionsgeschwindigkeit hat Einfluss auf die Beanspruchung der eingesetzten Werkzeuge. Durch Standzeitversuche können die minimale und maximale Anzahl der mit einem Werkzeug durchführbaren Produktionszyklen  $\bar{n}$  und  $\underline{n}$  ermittelt werden. In der Praxis sind Standzeitversuche zumeist zeitaufwändig und teuer, weshalb zwischen diesen Extremwerten linear interpoliert wird. Zu jeder der  $L \leq N_{SF}$  realisierbaren Produktionsgeschwindigkeiten ergibt sich somit eine maximale Anzahl durchführbarer Produktionszyklen, die in einem Vektor  $\mathbf{n} = (n_1, \dots, n_L)^T$  zusammengefasst werden. Der Kehrwert jedes Elements aus  $\mathbf{n}$  entspricht folglich der anteiligen Werkzeugabnutzung durch einen Produktionszyklus, der bei der zugehörigen Produktionsgeschwindigkeit durchgeführt wurde. Diese anteilige Abnutzung wird in der Petri-Netz-Modellierung (5.5) durch den Vektor der Verschleißinkremente  $\Delta \boldsymbol{\omega}$  repräsentiert. Der kumulierte Werkzeugverschleiß ist in Abbildung 5.2 durch den Platz W modelliert. Dieser muss je nach gewähltem Produktionspfad in Abbildung 5.4 unterschiedlich stark über  $\Delta \omega_1$  oder  $\Delta \omega_2$  inkrementiert werden. Spätestens wenn die zugehörige Markierung  $m_W(k)$  ihre Kapazitätsgrenze  $\bar{m}_W$  erreicht, muss ein Werkzeugwechsel erfolgen, bevor ein weiterer Produktionsprozess gestartet werden kann. Um die Verhältnisse der Elemente von  $\mathbf{n}$  zu wahren, wird  $\bar{m}_W$  gemäß

$$\bar{m}_W = \text{kgV}(n_1, \dots, n_L) \quad (5.6)$$

und der **ganzzahlige** Verschleißinkrementvektor zu

$$\Delta \boldsymbol{\omega} = \left( \frac{\bar{m}_W}{n_1}, \dots, \frac{\bar{m}_W}{n_L} \right)^T \quad (5.7)$$



gewählt, wobei  $\text{kgV}(\cdot)$  die Bildung des kleinsten gemeinsamen Vielfachen kennzeichnet. Auf diese Weise kann das exakte Erreichen der Verschleißobergrenze  $\bar{m}_W$  (zumindest) bei stets konstanter Produktionsgeschwindigkeit sichergestellt werden. Bei einer endlichen Zahl  $L$  verschiedener Skalierungsfaktoren und damit Arbeitsgeschwindigkeiten, kann sich die Verschleißmenge nur in diskreten Schritten (entsprechend der  $L$  Elemente von  $\Delta\omega$ ) und nicht kontinuierlich verändern. Damit gilt nach  $|\lambda|_1$  Produktionszyklen

$$m_W \in \{m_{W_0} + \Delta\omega^T \lambda \mid \lambda \in \mathbb{N}^L\}, \quad (5.8)$$

wobei im Folgenden ohne Beschränkung der Allgemeinheit  $m_{W_0} = 0$  angenommen wird, da davon auszugehen ist, dass neue Werkzeuge noch keine Verschleißerscheinungen aufweisen. Da die Netzmatrix eines Petri-Netzes ausschließlich konstante Einträge enthält, muss festgelegt werden, bei welchem Wert von  $m_W(k)$  ein Werkzeugwechsel durchzuführen ist. Diese Festlegung geschieht über den Eintrag  $n_{I \rightarrow TC}^W = -\Omega$  in der Netzmatrix (5.5). Gilt  $m_W(k) > \bar{m}_W - \min(\Delta\omega)$ , kann der *Work*-Zustand kein weiteres Mal betreten werden ohne, dass zuvor ein Werkzeugwechsel stattgefunden hat. Dies legt  $n_{I \rightarrow TC}^W \in [-\bar{m}_W, -\bar{m}_W + \min(\Delta\omega))$  nahe<sup>1</sup>. Bei einer freien, werkstückindividuellen Wahl der Arbeitsgeschwindigkeiten besteht die Gefahr der Verklemmung (deadlock). Diese Situation tritt ein, wenn es, ausgehend vom bisherigen Verschleißzustand, mit den diskreten Werten von  $\Delta\omega$  nicht mehr möglich ist,  $m_W(k) = |n_{I \rightarrow TC}^W| = \Omega$  exakt zu erreichen. Diese Problematik tritt unabhängig von der konkreten Wahl von  $\Omega$  auf und liegt in dessen Konstanz begründet. Die Wahl der Skalierungsfaktoren schränkt sich damit auf die Lösungsmenge der diophantischen Gleichung

$$\Delta\omega^T \lambda = \Omega \quad (5.9)$$

ein. Eine zentrale Erkenntnis der Zahlentheorie [25] besagt, dass (5.9) genau dann lösbar ist, wenn  $\text{ggT}(\Delta\omega_1, \dots, \Delta\omega_L) \mid \Omega$  gilt<sup>2</sup>, was durch die Wahl von  $\Omega = \bar{m}_W$  gemäß (5.6) mit  $\lambda = n_i e_i$  stets erfüllt ist. Trotz der gesicherten Existenz von Lösungen kann (5.9), abhängig von konkreten Parametern, den zentralen Freiheitsgrad der flexiblen Produktion stark beschneiden. Dies gilt insbesondere, wenn  $\mathbf{n}$  Primzahlen oder stark unterschiedliche Elemente enthält.

Da es prinzipiell möglich ist, Werkzeuge auch vor ihrem Standzeitende und zu beliebiger Zeit auszutauschen, sollte  $T_{TC}$  jederzeit aktiv und damit feuertauglich sein. Ein Schalten von  $T_{TC}$  müsste  $m_W(k)$  aus jedem Zustand heraus nach  $m_W(k+1) = 0$  überführen. Damit würde die Netzmatrix zustandsabhängig mit  $n_{I \rightarrow TC}^W = -\Omega = -m_W(k)$  und mit dem klassischen PN-Formalismus nicht mehr abbildbar. Es ist möglich, das gewünschte Verhalten dennoch auf lineare Art und Weise zu berücksichtigen. Da dies jedoch den PN-Formalismus aufweichen würde, wird darauf in Kapitel 5.2 im Rahmen der Trajektorienplanung eingegangen. Da die PN-Zustandsgleichungen dort in abstrakte Nebenbedingungen münden, muss an dieser Stelle nicht mit dem PN-Formalismus gebrochen werden.

<sup>1</sup>Es ist auch  $n_{I \rightarrow TC}^W \in [-\bar{m}_W + \min(\Delta\omega), 0]$  denkbar. In diesem Falle könnten jedoch weitere Werkstücke mit dem Werkzeug gefertigt werden, ohne dass letzteres seine Verschleißobergrenze erreicht.

<sup>2</sup>In der formalen Schreibweise  $a \mid b$  teilt  $a \in \mathbb{Z}$  die Zahl  $b \in \mathbb{Z}$  so, dass  $a \cdot n = b$  mit  $n \in \mathbb{Z}$ .

Der nächste Abschnitt formalisiert die in Abbildung 5.2 angedeuteten Verbindungen der in einem Produktionsnetzwerk vorhandenen Maschinen zu den gemeinsam genutzten Ressourcen.

### 5.1.2 Ressourcenmodelle und Verkopplung

Aus Maschinensicht stellen Mitarbeiter und Werkstücke gemeinsam genutzte Ressourcen dar. Werkstücke durchlaufen während des Produktionsprozesses eine Vielzahl verschiedener Verarbeitungszustände und werden bei gleichem Verarbeitungszustand in demselben Puffer gespeichert. Im Falle von Mitarbeiterressourcen wird, wie in Abbildung 2.1 auf Seite 6 angedeutet, nicht zwischen einzelnen Mitarbeitern unterschieden. Wie in Abbildung 5.2 dargestellt, werden im Petri-Netz-Modell Plätze für einen Mitarbeiter-Pool und die verschiedenen Werkstückpuffer angelegt.

Mitarbeiter können mit jeder Maschine gleichermaßen kommunizieren. Die Verkopplungen zwischen Mitarbeiterplatz WR und Maschine  $M_j$  ergeben sich zu

$$\mathbf{n}_{\text{WR},M_j}^T = \begin{bmatrix} -1 & \mathbf{e}_{\text{NSU}_j}^T & \mathbf{0}_{(1 \times L_j)} & \mathbf{0}_{(1 \times \sum_{l=1}^{L_j} l)} & -1 & \mathbf{e}_{\text{NTC}_j}^T & -1 & \mathbf{e}_{\text{NSD}_j}^T \end{bmatrix}^T \quad (5.10)$$

und repräsentieren Zustandsänderungen, die Transitionen von  $M_j$  (Spalten aus (5.5)) im Mitarbeiterpool auslösen. So entspricht jede  $-1$  in (5.10) der Entnahme einer Mitarbeiterressource aus dem Pool. Transponierte Einheitsvektoren modellieren das Hinzufügen einer Mitarbeiterressource zum Pool, nachdem sie nicht mehr benötigt wird. Die Nullvektoren in (5.10) entsprechen dem Einfluss der Transitionen  $T_3$  und  $T_4$  aus Abbildung 5.2 und repräsentieren deren nicht vorhandene Verbindungen zum Mitarbeiterpool.

Verbindungen zwischen Maschinen und Puffern werden durch die Adjazenzmatrix der Netzwerkstruktur (2.1) beschrieben. Für die folgenden Betrachtungen wird sie in einer kompakteren Form dargestellt. Aufgrund der Bipartitheit des Graphen aus Maschinen und Puffern sind  $\mathbf{A}_{N|1,1}$  und  $\mathbf{A}_{N|2,2}$  in (2.1) stets Nullmatrizen. Die durch  $\mathcal{B}_{\text{pre}|M_j} \cap \mathcal{B}_{\text{post}|M_j} = \emptyset$  sichergestellte Schleifenfreiheit des Netzwerkgraphen sorgt zudem für die komplementäre Struktur von  $\mathbf{A}_{N|1,2}$  und  $\mathbf{A}_{N|2,1}^T$ . Damit sind sämtliche Informationen der Netzwerkstruktur auch in der reduzierten Adjazenzmatrix

$$\tilde{\mathbf{A}}_N = \mathbf{A}_{N|1,2}^T - \mathbf{A}_{N|2,1} \quad (5.11)$$

enthalten. Das Element  $\tilde{a}_{N|i,j}$  von  $\tilde{\mathbf{A}}_N$  gibt die Zustandsänderung von Puffer  $B_i$  durch einen Produktionszyklus von  $M_j$  an. Wie auch im vorangegangenen Unterkapitel wird bei den folgenden Erläuterungen auf den maschinenbezogenen Index  $M_j$  an Maschinenparametern verzichtet. Eine Maschine kann ihren Produktionsprozess gemäß Abbildung 5.4 in bis zu  $N_{\text{SF}}$  verschiedenen Zeiten  $p_l = \tilde{p}_l \Delta T$  mit  $\tilde{p}_l \in [2, \dots, N_{\text{SF}} + 1]$  und  $l \in 1, \dots, L$  durchlaufen. Dabei stellt  $L = \dim(\mathbf{p}) \leq N_{\text{SF}}$  die Anzahl der tatsächlich modellierten Prozesszeiten dar. Für die flussorientierte Modellierung nach Abbildung 5.4 muss die Menge der  $|\tilde{a}_{N|i,j}|$  in

einem Produktionszyklus hergestellten Teile für jedes  $l$  gleichmäßig auf die jeweils  $\tilde{p}_l$  Transitionen dieses Produktionszyklus verteilt werden. Bei der Verteilung muss berücksichtigt werden, dass die Netzmatrix nur ganzzahlige Elemente beinhalten darf. Dafür wird jeder der  $\tilde{p}_l$  Transitionen eines Produktionspfades zunächst eine Menge von  $\left\lfloor \frac{\tilde{a}_{N|i,j}}{\tilde{p}_l} \right\rfloor$  Werkstücke zugewiesen, wobei  $\lfloor \cdot \rfloor$  ein Abrunden auf die nächst kleinere ganze Zahl notiert. Anschließend werden die restlichen  $R = \text{mod}(\tilde{a}_{N|i,j}, \tilde{p}_l)$  Teile gleichmäßig auf jede  $\left\lfloor \frac{\tilde{p}_l-1}{|R|} \right\rfloor$ -te Transition dieses Pfades verteilt. Dazu sei die geordnete Indexmenge  $\Xi = \left\{ 1 \cdot \left\lfloor \frac{\tilde{p}_l-1}{|R|} \right\rfloor, \dots, |R| \cdot \left\lfloor \frac{\tilde{p}_l-1}{|R|} \right\rfloor \right\}$  definiert. Damit lassen sich die nach einem in  $p_l$  durchlaufenen Produktionszyklus (Transitionen  $I \rightarrow \text{WK}$  und  $\text{WK} \rightarrow I$ ) der Maschine  $M_j$  verursachten Zustandsänderungen des Puffers  $B_i$  durch

$$n_{I \rightarrow \text{WK}|l}^{B_i} = \left\lfloor \frac{\tilde{a}_{N|i,j}}{\tilde{p}_l} \right\rfloor \quad \text{und} \quad (5.12)$$

$$\mathbf{n}_{\text{WK} \rightarrow I|l}^{B_i} = \left( \mathbb{1}_{\tilde{p}_l-1}^T \cdot \left\lfloor \frac{\tilde{a}_{N|i,j}}{\tilde{p}_l} \right\rfloor + \text{sign}(\tilde{a}_{N|i,j}) \sum_{\xi \in \Xi} \mathbf{e}_{\tilde{p}_l-1|\xi}^T \right)^T \quad (5.13)$$

beschreiben, wobei die Signum-Funktion  $\text{sign}(\cdot)$  eine Unterscheidung zwischen Werkstückentnahme bzw. Werkstückzuführung aus Sicht eines Puffers ermöglicht. In Anhang A.3 ist ein Zahlenbeispiel zu diesem Vorgehen geschildert. Zur Kontrolle vergewissere man sich, dass Puffer  $B_i$  im Falle  $\tilde{a}_{N|i,j} > 0$  nach einem Produktionszyklus der Maschine  $M_j$  tatsächlich eine Zustandsänderung von

$$n_{I \rightarrow \text{WK}|l}^{B_i} + \mathbb{1}^T \mathbf{n}_{\text{WK} \rightarrow I|l}^{B_i} = \left\lfloor \frac{\tilde{a}_{N|i,j}}{\tilde{p}_l} \right\rfloor + (\tilde{p}_l - 1) \left\lfloor \frac{\tilde{a}_{N|i,j}}{\tilde{p}_l} \right\rfloor + \text{mod}(\tilde{a}_{N|i,j}, \tilde{p}_l) = \tilde{a}_{N|i,j}$$

erfährt. Die Zusammenhänge (5.12) und (5.13) können für sämtliche Geschwindigkeiten mit  $l = \tilde{p}_1, \dots, \tilde{p}_L$  und für die Menge aller Netzwerkpuffer  $\mathcal{B}$  in den Matrizen

$$\mathbf{N}_{I \rightarrow \text{WK}}^{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} n_{I \rightarrow \text{WK}|\tilde{p}_L}^{B_1} & \dots & n_{I \rightarrow \text{WK}|\tilde{p}_1}^{B_1} \\ \vdots & & \vdots \\ n_{I \rightarrow \text{WK}|\tilde{p}_L}^{B_{|\mathcal{B}|}} & \dots & n_{I \rightarrow \text{WK}|\tilde{p}_1}^{B_{|\mathcal{B}|}} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad (5.14)$$

$$\mathbf{N}_{\text{WK} \rightarrow I}^{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} \left( \mathbf{n}_{\text{WK} \rightarrow I|\tilde{p}_L}^{B_1} \right)^T & \dots & \left( \mathbf{n}_{\text{WK} \rightarrow I|\tilde{p}_1}^{B_1} \right)^T \\ \vdots & & \vdots \\ \left( \mathbf{n}_{\text{WK} \rightarrow I|\tilde{p}_L}^{B_{|\mathcal{B}|}} \right)^T & \dots & \left( \mathbf{n}_{\text{WK} \rightarrow I|\tilde{p}_1}^{B_{|\mathcal{B}|}} \right)^T \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

zusammengefasst werden. Damit ergibt sich

$$\mathbf{N}_{\mathcal{B}, M_j} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(|\mathcal{B}| \times 1)} & \mathbf{0}_{(|\mathcal{B}| \times N_{\text{SU}_j})} & \mathbf{N}_{I \rightarrow \text{WK}}^{\mathcal{B}} & \mathbf{N}_{\text{WK} \rightarrow I}^{\mathcal{B}} & \mathbf{0}_{(|\mathcal{B}| \times 1)} & \mathbf{0}_{(|\mathcal{B}| \times N_{\text{TC}_j})} & \mathbf{0}_{(|\mathcal{B}| \times 1)} & \mathbf{0}_{(|\mathcal{B}| \times N_{\text{SD}_j})} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

zur Beschreibung der Interaktion einer Maschine  $M_j$  mit Werkstücken aus der Menge von Netzwerkpufern  $\mathcal{B}$ . Mit (5.5), (5.10) und (5.16) ergibt sich die Netzmatrix eines gesamten

Produktionsnetzwerkes nach Abbildung 2.1 zu

$$\mathbf{N}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{M_1} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{N}_{M_{|\mathcal{M}|}} \\ \mathbf{n}_{WR,M_1}^T & \cdots & \mathbf{n}_{WR,M_{|\mathcal{M}|}}^T \\ \mathbf{N}_{B,M_1} & \cdots & \mathbf{N}_{B,M_{|\mathcal{M}|}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{M_1} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{N}_{M_{|\mathcal{M}|}} \\ \mathbf{N}_{R,M_1} & \cdots & \mathbf{N}_{R,M_{|\mathcal{M}|}} \end{bmatrix}, \quad (5.17)$$

wobei Mitarbeiter und Werkstückpuffer in der rechten Gleichung zu allgemeinen Ressourcen zusammengefasst sind. Mit Systemmodellen nach (5.17) können beliebige Netzwerke gemäß Abbildung 2.1 auf Seite 6 aufgebaut werden.

## 5.2 Modifikation des Optimierungsproblems zur Trajektorienplanung

Die Gesamtnetzmatrix (5.17) für ein Produktionsnetzwerk besitzt eine berandete Blockdiagonalstruktur. In Kapitel 4.2 wurde erläutert, wie diese Struktur bei der Trajektorienplanung ausgenutzt werden kann. Nachfolgend werden die am Ende von Abschnitt 5.1.1 erläuterten Folgen der Quantisierung der Produktionsgeschwindigkeit für den Werkzeugverschleiß behoben. Die letzte Zeile von  $\mathbf{N}_{M_j}$  in Gleichung (5.5) schränkt zusammen mit der Forderung nach Verklemmungsfreiheit die freie Wahl des Skalierungsfaktors auf Stellgrößenkombinationen ein, die der Gleichung (5.9) genügen. Es wurde aufgezeigt, dass mit einer zustandsabhängigen Netzmatrix das Auswechseln von Werkzeugen mit beliebigem Verschleißzustand modelliert werden kann.

Es bezeichne  $\mathcal{I}$  die Indexmenge der Spalten von (5.5),  $j_{TC} \in \mathcal{I}$  den Index der Transition  $T_{I \rightarrow TC}$  und  $m_W$  den Verschleißplatz des Petri-Netz-Modells einer Maschine. Das Element  $t_{j_{TC}}$  des Transitionsvektors  $\mathbf{t}$  einer Maschine repräsentiert folglich das Ereignis *Tool change*, während  $\mathbf{t}_{\mathcal{I} \setminus j_{TC}}$  alle übrigen Elemente von  $\mathbf{t}$  enthält. In Kapitel 5.1.1 wurde festgestellt, dass mit dem zustandsabhängigen Netzmatrixelement  $n_{I \rightarrow TC}^W = n_{W|j_{TC}} \stackrel{!}{=} -m_W(k)$  vorzeitige Werkzeugwechsel ermöglicht werden. Damit gilt gemäß (4.2) für die Zustandsgleichung des Verschleißzustandes einer Maschine

$$m_W(k+1) = m_W(k) - m_W(k)t_{j_{TC}}(k) + \mathbf{n}_{W|\mathcal{I} \setminus j_{TC}}^T \mathbf{t}_{\mathcal{I} \setminus j_{TC}}(k). \quad (5.18)$$

Gleichung (5.18) stellt aufgrund des Produkts aus Optimierungsvariablen  $m_W(k)t_{j_{TC}}(k)$  eine nichtlineare und damit nicht handhabbare Nebenbedingung für das ILP (4.13) dar. Die durch sie ausgedrückte Beschränkung kann jedoch durch die linearen Ungleichungsnebenbedingungen (5.19) repräsentiert werden. Dieser mathematische „Trick“ findet in der Operationsforschung häufig Anwendung, um Produkte aus binären und kontinuierlichen

Optimierungsvariablen durch lineare Nebenbedingungen auszudrücken [15].

$$\begin{aligned}
 m_W(k+1) &\leq \bar{m}_W(1 - t_{j_{TC}}(k)) && + \mathbf{n}_{W|I \setminus j_{TC}}^T \mathbf{t}_{I \setminus j_{TC}}(k) \\
 m_W(k+1) &\leq m_W(k) && + \mathbf{n}_{W|I \setminus j_{TC}}^T \mathbf{t}_{I \setminus j_{TC}}(k) \\
 m_W(k+1) &\geq m_W(k) - \bar{m}_W t_{j_{TC}}(k) && + \mathbf{n}_{W|I \setminus j_{TC}}^T \mathbf{t}_{I \setminus j_{TC}}(k) \\
 m_W(k+1) &\geq 0 && + \mathbf{n}_{W|I \setminus j_{TC}}^T \mathbf{t}_{I \setminus j_{TC}}(k)
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

Aufgrund von Annahme 4.1 gilt  $t_{j_{TC}}(k) = 1 \implies \mathbf{t}_{I \setminus j_{TC}}(k) = \mathbf{0}$  und die Ungleichungen (5.19) sind äquivalent zu

$$m_W(k+1) = \begin{cases} 0 & \text{falls } t_{j_{TC}}(k) = 1 \\ m_W(k) + \mathbf{n}_W^T \mathbf{t}(k) & \text{falls } t_{j_{TC}}(k) = 0 \end{cases} \tag{5.20}$$

Die linearen Ungleichungsnebenbedingungen (5.19) können durch Einführung von Schlupfvariablen in Gleichungsnebenbedingungen umgewandelt werden und ermöglichen den Austausch von Werkzeugen auch vor deren Standzeitende. Nach entsprechender Anpassung der Matrizen in (4.10) sind aus dem Systemmodell resultierende Nebenbedingungen für das Trajektorienplanungsproblem (4.13) festgelegt. Weitere können für Planungsziele (Produktion einer Zielmenge von Werkstücken, geplante Wartungsintervalle, ...) ergänzt und die in Kapitel 4.2 erläuterte Methode zur verteilten Trajektorienplanung angewendet werden.

## 5.3 Kontinuierliches Systemmodell

Im Rahmen der bisherigen Modellierung und Trajektorienplanung wurde ein ereignisdiskretes Systemmodell flexibler Produktionsnetzwerke erstellt. Nach Definition 4.4 stellt es ein MADES dar und lässt sich zusammen mit den Modifikationen aus Kapitel 5.2 in ein Trajektorienplanungsproblem der Form (4.13) überführen. Damit kann das Führungsverhalten in Form von Referenztrajektorien bezüglich einer linearen Zielfunktion optimiert werden. Der Rest dieses Kapitels befasst sich mit der Auslegung des Störverhaltens. Dazu wird nachfolgend ein vereinfachtes Entwurfsmodell hergeleitet, strukturell analysiert und geregelt.

### 5.3.1 Herleitung

Einem Störgrößenregler stehen die Skalierungsfaktoren der Maschinen als Stellgrößen zur Verfügung. Sie können jedoch nur während des nominalen Produktionsbetriebs einer Maschine ihren Effekt auf das Produktionsnetzwerk entfalten. Für den Reglerentwurf wird folglich ein Modell gesucht, das die Wechselwirkungen der Produktionsmaschinen im Netzwerk während dieses Nominalbetriebs abbildet. Da der Regler in einem 2DoF-Regelkreis eingesetzt wird, ist die Konsistenz der zugrundeliegenden Modelle von Führungs- und Störverhalten unerlässlich. Ausgangspunkt für die Herleitung eines Modells für die Reglersynthese bildet daher eine Submatrix des ereignisdiskreten Netzwerkmodells (5.17), bestehend aus den

Netzmatrizen  $\mathbf{N}_{M_j}$  und  $\mathbf{N}_{R,M_j}$ .

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N}_{M_j} \\ \mathbf{N}_{R,M_j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & & & & & & & \mathbf{e}_{N_{SD_j}}^T \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{N}_{\delta N_{SU_j}} & & & & & & \\ & \mathbf{e}_{N_{SU_j}}^T & & & & & & \\ & & -\mathbb{1}^T & \mathbf{N}_{WK \rightarrow I}^I & -1 & \mathbf{e}_{N_{TC_j}}^T & -1 & \\ & & \mathbf{N}_{I \rightarrow WK}^{WK} & \mathbf{N}_{WK \rightarrow I}^{WK} & & & & \\ & & & & \mathbf{e}_1 & \mathbf{N}_{\delta N_{TC_j}} & & \\ & & & & & & \mathbf{e}_1 & \mathbf{N}_{\delta N_{SD_j}} \\ \hline & & \Delta\omega_{M_j}^T & & -\Omega_{M_j} & & & \\ -1 & \mathbf{e}_{N_{SU_j}}^T & & & -1 & \mathbf{e}_{N_{TC_j}}^T & -1 & \mathbf{e}_{N_{SD_j}}^T \\ & & \mathbf{N}_{I \rightarrow WK}^B & \mathbf{N}_{WK \rightarrow I}^B & & & & \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Die am nominalen Produktionsbetrieb beteiligten Elemente in (5.21) sind blau umrandet. Sie beschreiben die Transitionen aus Abbildung 5.4 und die durch sie hervorgerufenen Zustandsänderungen innerhalb einer Maschine und im Produktionsnetzwerk. Die gesamte Zustandsänderung nach einem vollständigen Produktionszyklus entspricht der Summe der Zustandsänderungen aller  $\tilde{p}_{M_j|l}$  am Produktionszyklus beteiligten Transitionen und ergibt sich zu

$$\mathbf{m}(k + \tilde{p}_{M_j|l}) - \mathbf{m}(k) = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0}^T & 0 & \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & \underbrace{\Delta\omega_{M_j|l}}_{\Delta m_1} & 0 & \underbrace{(\tilde{\mathbf{a}}_{N|j})^T}_{\Delta \mathbf{m}_2^T} \end{bmatrix}^T. \quad (5.22)$$

Wie in Abschnitt 5.1.2 erläutert, indiziert  $l$  dabei die Entscheidung für eine konkrete Produktionsgeschwindigkeit und die aus ihr resultierende Produktionszeit  $p_{M_j|l} = \tilde{p}_{M_j|l} \Delta T$ . Erwartungsgemäß erfährt der logische Maschinenzustand nach einem Produktionszyklus keine Veränderung. Die Zustandsänderung schlägt sich ausschließlich in den gedächtnisbehafteten Speicherzuständen nieder. Diese sind gegeben durch den Verschleißzustand des aktuellen Werkzeuges einer Maschine und durch die Pufferfüllstände im Gesamtnetzwerk. Letztere sind für einen Produktionszyklus unabhängig von der für ihn gewählten Geschwindigkeit. Dagegen wird die Verschleißänderung  $\Delta\omega_{M_j|l}$  maßgeblich von der Produktionsgeschwindigkeit bestimmt, da mit einer größeren Geschwindigkeit Werkzeuge schneller verschleifen und deshalb insgesamt weniger Teile verarbeiten können. Folglich hängt  $\Delta\omega_{M_j|l}$  in (5.22) von der konkreten Wahl von  $l$  ab. Für diesen Zusammenhang wird die affine Abbildung  $\Delta\omega_{M_j|l} = \Gamma_{vw} v_{M_j|l} + \gamma_{vw}$  verwendet. Zur allgemeinen Berechnung der Koeffizienten für die hier verwendeten affinen Abbildungen sei auf (A.9) in Anhang A.2 verwiesen. Damit ergibt sich

$$\Delta m_1 = m_1(k + \tilde{p}_{M_j|l}) - m_1(k) = \Gamma_{vw} v_{M_j|l} + \gamma_{vw} \quad (5.23)$$

$$\Delta \mathbf{m}_2 = \mathbf{m}_2(k + \tilde{p}_{M_j|l}) - \mathbf{m}_2(k) = \tilde{\mathbf{a}}_{N|j} \quad (5.24)$$

als Zustandsänderung nach einem Produktionszyklus. Analog zu Abschnitt 4.4 wird diese Zustandsänderung  $\Delta \mathbf{m} = [\Delta m_1, \Delta \mathbf{m}_2^T]^T$  gleichmäßig auf die Zykluszeit verteilt. Es resultiert

$$\mathbf{m}(k+1) - \mathbf{m}(k) = \frac{\Delta \mathbf{m}}{\tilde{p}_{M_j|l}} = \frac{\Delta \mathbf{m}}{p_{M_j|l}} \Delta T \Leftrightarrow \frac{\mathbf{m}(k+1) - \mathbf{m}(k)}{\Delta T} = \frac{\Delta \mathbf{m}}{p_{M_j|l}} = \Delta \mathbf{m} v_{M_j|l}. \quad (5.25)$$

Man beachte, dass in (5.25) die im realen System linear veränderbare Produktionsgeschwindigkeit  $v_{M_j|l} = p_{M_j|l}^{-1} = (\tilde{p}_{M_j|l}\Delta T)^{-1}$  auftritt. Sie wird im Produktionsumfeld gerne als normierte Größe betrachtet, weshalb an dieser Stelle eine weitere affine Transformation  $v_{M_j|l} = \Gamma_{uv}u_{M_j|l} + \gamma_{uv}$  zwischen Produktionsgeschwindigkeit  $v_{M_j|l}$  und dem Skalierungsfaktor  $u_{M_j|l}$  erfolgt. Er wird fortan als Systemeingang  $\mathbf{u}$  im regelungstechnischen Sinne betrachtet und tritt im Differenzenquotienten aus (5.25) für (5.23) quadratisch und für (5.24) linear auf. Nach Fluidisierung durch Grenzwertbildung  $\Delta T \rightarrow 0$  sowie nach Generalisierung auf  $|\mathcal{M}|$  Maschinen erhält man daraus die Differentialgleichungen

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{\Gamma}_{vw}\mathbf{\Gamma}_{uv}^2\mathbf{u}^2 + (2\mathbf{\Gamma}_{vw}\mathbf{\Gamma}_{uv}\gamma_{uv} + \mathbf{\Gamma}_{uv}\gamma_{vw})\mathbf{u} + \mathbf{\Gamma}_{vw}\gamma_{uv}^2 + \gamma_{vw}\gamma_{uv} \quad \text{und} \quad (5.26a)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \tilde{\mathbf{A}}_N\mathbf{\Gamma}_{uv}\mathbf{u} + \tilde{\mathbf{A}}_N\gamma_{uv}, \quad (5.26b)$$

wobei sämtliche auftretenden Produkte aus Vektoren, d.h. auch Quadrate von Vektoren in (5.26a) elementweise zu verstehen sind. Die Zustände in (5.26) setzen sich zusammen aus maschineninternen Verschleißzuständen (5.26a) und Netzwerkzuständen (5.26b). Weiterhin sind  $\mathbf{\Gamma}_{uv}$  und  $\mathbf{\Gamma}_{vw}$  Diagonalmatrizen, deren Multiplikationsreihenfolge vertauscht werden kann. Auch wurde der Index  $l$  weg- und damit wieder ein kontinuierlicher Wertebereich für  $\mathbf{u} \in [0, 1]^{|\mathcal{M}|}$  zugelassen. Dies ist insoweit zulässig, als dass im Modell aus Abbildung 5.4 jeder Produktionspfad eine konstante Prozesszeit bzw. -geschwindigkeit repräsentiert<sup>3</sup>. Da dies auch nach Grenzwertbildung gelten muss, damit das Modell seine Gültigkeit behält, muss auch die Implikation  $\Delta T \rightarrow 0 \Rightarrow N_{SF} \rightarrow \infty$  gelten. Aus den Zusammenhängen (5.2), (5.3) und (5.4) wird ersichtlich, dass Produktionsgeschwindigkeiten für  $N_{SF} \rightarrow \infty$  im Rahmen der Stellgrößenbeschränkungen beliebig genau angenähert werden können. In diesem Sinne kann die Fluidisierung des Skalierungsfaktors als Umkehrung seiner Quantisierung verstanden werden.

### 5.3.2 Analyse und Regelung

Die Zustände des kontinuierlichen Systemmodells (5.26) setzen sich zusammen aus maschineninternen Verschleißzuständen (5.26a) und Netzwerkzuständen (5.26b). Beide stellen direkt integrierbare Differentialgleichungen dar, die keine Zustandsabhängigkeiten enthalten. Gemäß (5.26a) erhöht sich die zeitliche Verschleißänderungsrate eines Werkzeuges quadratisch mit größerer Produktionsgeschwindigkeit. Die Verschleißinkremente des ereignisdiskreten Maschinenmodells (5.5) unterliegen gemäß (5.23) dagegen dem affinen Zusammenhang  $\omega_{M_j|l} = \Gamma_{vw}v_{M_j|l} + \gamma_{vw}$ . Dieser scheinbare Widerspruch löst sich auf, wenn man bedenkt, dass sich die Verschleißinkremente  $\omega_{M_j|l}$  im ereignisdiskreten Modell auf einen Produktionszyklus beziehen. Dagegen wird die Verschleißänderung (5.26a) in Abhängigkeit von der Zeit betrachtet. Demgemäß führt eine höhere Geschwindigkeit auf zwei Wegen zu einer höheren Verschleißrate:

---

<sup>3</sup>Man bedenke, dass Produktionsgeschwindigkeiten einmalig vor Beginn des Produktionsprozesses festgelegt werden und sodann für den gesamten Prozess konstant bleiben.

- 1) Eine höhere Geschwindigkeit führt bezogen auf einen Produktionszyklus zu einem größeren Verschleißinkrement, da sich die Anzahl der mit einem Werkzeug durchführbaren Produktionszyklen verringert und
- 2) sie führt gleichzeitig zu schnellerem Durchlaufen eines Prozesszyklus und damit zu einer schnelleren Realisierung dieses (größeren) Verschleißinkrements.

Beide Effekte zusammengekommen führen zu einer quadratischen Abhängigkeit der Verschleißänderungsrate vom Skalierungsfaktor bzw. der Produktionsgeschwindigkeit. Das Modell (5.26) besitzt lediglich im nominalen Produktionsbetrieb Gültigkeit, in dem Maschinen Zustandswechsel zwischen *Idle* und *Work* ausführen. In diesen Arbeitspunkten sind die Verschleißzustände  $\mathbf{x}_1$  monoton steigend. Sie können einzig durch Werkzeugwechsel zurückgesetzt werden. Diese wurden bereits im Führungsverhalten eingeplant und werden vom klassischen Zustandsregler nicht verändert. Einzig die Pufferzustände können gemäß (5.26b), abhängig von der Struktur des Produktionsnetzwerkes, in positive wie negative Richtung beeinflusst werden. Man beachte, dass Verschleißzustände im Approximationsmodell (5.26) keinen Einfluss auf Netzwerkzustände  $\mathbf{x}_2$  besitzen. Eine solche Abhängigkeit existiert jedoch sehr wohl im ereignisdiskreten Planungsmodell! Vor dem Hintergrund des Zwei-Freiheitsgrade-Ansatzes wird für den Reglerentwurf davon ausgegangen, dass der Umgang mit diesen Abhängigkeiten – die Einplanung der Werkzeugwechsel – bereits durch den Vorsteuerungsanteil erfolgt. Aus diesem Grund wird die nachstehende Systemanalyse auf (5.26b) beschränkt. Es wird jedoch auf Kapitel 7 verwiesen, in dem erweiterte Regelstrategien in Aussicht gestellt werden, die sowohl das Verschleißmodell (5.26a) nutzen als auch eine reglerseitige Manipulation diskreter Ereignisse vorsehen.

Der Störgrößenregler soll als klassischer Zustandsregler mittels Eigenwertplatzierung ausgelegt werden. Hierzu wird das affine Systemmodell (5.26b) linearisiert. Allgemein gilt dabei nach Vernachlässigung von Fehlertermen höherer Ordnung

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \approx \mathbf{f}(\mathbf{x}_{\text{AP}}, \mathbf{u}_{\text{AP}}) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_{\text{AP}}, \mathbf{u}_{\text{AP}}} \cdot \underbrace{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{AP}})}_{\Delta \mathbf{x}} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}_{\text{AP}}, \mathbf{u}_{\text{AP}}} \cdot \underbrace{(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\text{AP}})}_{\Delta \mathbf{u}}. \quad (5.27)$$

Für die affine Zustandsgleichung (5.26b) und den zeitvarianten Arbeitspunkt  $\mathbf{x}_{\text{AP}}(t) = \mathbf{x}(t) - \Delta \mathbf{x}(t)$ ,  $\mathbf{u}_{\text{AP}}(t) = \mathbf{u}(t) - \Delta \mathbf{u}(t)$  ergibt sich

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}_2(t) = \tilde{\mathbf{A}}_{\text{N}} \mathbf{\Gamma}_{\text{uv}} \mathbf{u}(t) = \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}(t). \quad (5.28)$$

Es folgt nun eine Steuerbarkeitsuntersuchung am unbeschränkten linearisierten System  $\Delta \dot{\mathbf{x}}_2 = \tilde{\mathbf{A}}_{\text{N}} \mathbf{\Gamma}_{\text{uv}} \Delta \mathbf{u}$ . Man beachte, dass durch Linearisierung um eine Trajektorie im allgemeinen Fall lineare zeitvariante Systeme entstehen, was bei der Steuerbarkeitsuntersuchung entsprechend berücksichtigt werden muss. Hier hängt die Steuerbarkeit von  $\mathbf{x}_2$  lediglich von der Struktur des Produktionsnetzwerkes und mit  $\mathbf{\Gamma}_{\text{uv}}$  auch von Maschinenparametern ab. Die Steuerbarkeitsmatrix nach Kalman ergibt sich aufgrund von  $\mathbf{A} = \mathbf{0}$  zu  $\mathbf{Q}_{\text{S}} = \mathbf{B} = \tilde{\mathbf{A}}_{\text{N}} \mathbf{\Gamma}_{\text{uv}}$ .



Da  $\mathbf{x}_2$  genau  $|\mathcal{B}|$  Zustände enthält, liegt für  $\text{rank}(\mathbf{Q}_S) = |\mathcal{B}|$  vollständige Steuerbarkeit vor. Aus der Rangungleichung von Sylvester (siehe Anhang A.2.3) ergibt sich

$$\text{rank}(\mathbf{Q}_S) \leq \min \left\{ \text{rank}(\tilde{\mathbf{A}}_N), \text{rank}(\mathbf{\Gamma}_{uv}) \right\}. \quad (5.29)$$

$\mathbf{\Gamma}_{uv}$  ist eine Diagonalmatrix, die aus der affinen Transformation zwischen Produktionsgeschwindigkeit und Skalierungsfaktor hervorgeht. Zunächst wird davon ausgegangen, dass  $\mathbf{\Gamma}_{uv}$  keinen Rangdefekt besitzt. In diesem Falle gilt  $\text{rank}(\mathbf{\Gamma}_{uv}) = |\mathcal{M}|$ . Zusammenhang (5.29) bestätigt damit die Erwartung, dass vollständige Steuerbarkeit (bezüglich  $\mathbf{x}_2$ ) nur vorliegen kann, sofern das betrachtete System mindestens so viele Maschinen wie Werkstückpuffer besitzt. Abbildung 2.1 auf Seite 6 zeigt ein Netzwerk in Linienstruktur, die aus der Reihenschaltung parallel arbeitender Maschinen hervorgeht. Nicht selten werden in einzelnen Produktionsstufen baugleiche Maschinen parallel eingesetzt. Dies führt zu einer linearen Abhängigkeit (Redundanz) paralleler Maschinen. Wegen  $\text{rank}(\tilde{\mathbf{A}}_N) = |\mathcal{B}| - 1 < |\mathcal{B}|$  kann für derartige Linienstrukturen keine vollständige Steuerbarkeit vorliegen, wenn wie in Abbildung 2.1 Quell- und Zielpuffer betrachtet werden. Daher werden Quellpuffer stets von der Systembetrachtung ausgeschlossen, bzw. ihre Eigenwerte beim Reglerentwurf nicht verschoben. Aus Anwendungssicht kann zudem die Annahme getroffen werden, dass stets ausreichend viele Rohteile im Quellpuffer zur Verarbeitung bereit stehen. Weitere strukturell begründbare Fälle von Rangabfällen in  $\tilde{\mathbf{A}}_N$  sind reversible Zyklen im Graphen des Produktionsnetzwerks. Entlang eines reversiblen Zyklus invertieren Maschinen die Arbeit anderer Maschinen. Dies resultiert in linear abhängigen Spalten von  $\tilde{\mathbf{A}}_N$ , stellt jedoch einen praktisch irrelevanten Fall dar. Auch können Vernetzungsstrukturen gemäß Abbildung 5.1 mit  $n > 1$  und/oder  $m > 1$  zu linear abhängigen Zeilen von  $\tilde{\mathbf{A}}_N$  und damit zu Rangabfall führen, wenn die beteiligten Puffer darüber hinaus nicht unabhängig mit anderen Maschinen verknüpft sind. Es ist klar, dass bei der Transformation von  $m$  Ausgangsstoffen in  $n$  Zielstoffe gemäß Abbildung 5.1 konstante Mischverhältnisse eine unabhängige Pufferbeeinflussung und damit vollständige Steuerbarkeit verhindern.

Neben diesen strukturellen Steuerbarkeitsbetrachtungen enthält  $\mathbf{\Gamma}_{uv}$  Informationen über den Einfluss von Maschinenparametern auf die Steuerbarkeit. So verringert sich der maximal mögliche Rang von  $\mathbf{Q}_S$  gemäß (5.29) für jeden Nulleigenwert von  $\mathbf{\Gamma}_{uv}$ . Die Frage, unter welchen Umständen dies der Fall ist, wird anhand eines Einmaschinensystems (eine Maschine füllt einen Zielpuffer) beantwortet. In diesem Fall ergibt sich die Steuerbarkeitsmatrix zu dem Skalar  $\mathbf{Q}_S = b = \tilde{a}_N \cdot \frac{\bar{p}-p}{\bar{p}}$ . Abbildung 5.6 zeigt den Betrag der Werte, die der Bruch für unterschiedliche Prozesszeitenverhältnisse annimmt.

Für reale Systeme ist lediglich die obere Halbebene mit  $p \leq \bar{p}$  relevant. Unabhängig davon ist festzustellen: je ähnlicher sich minimale und maximale Prozesszeiten sind, desto singulärer wird  $\mathbf{Q}_S$ . Auch dies war zu erwarten, da mit einer Variation der Stellgröße für kleine Differenzen  $\bar{p}-p$  nur geringe Prozesszeitänderungen einhergehen, mit denen wiederum nur wenig Einfluss auf Pufferfüllstände genommen werden kann. Die Differenz  $\bar{p} - p$  kann folglich als Maß für die Steuerbarkeit herangezogen werden. Das Einmaschinenmodell ist lediglich ein vereinfachter Spezialfall. Seine Betrachtung ermöglicht jedoch eine grobe quantitative Abschätzung für die Systemsteuerbarkeit und für die Größenordnung erzielbarer

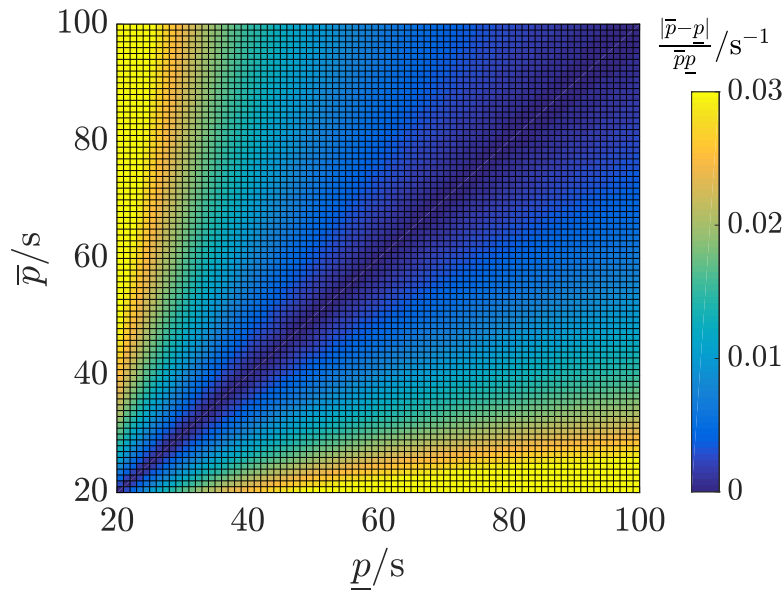


Abbildung 5.6: Einfluss von Maschinen- bzw. Prozessparametern auf die Steuerbarkeit in einem Einmaschinensystem. Kleinere Differenzen  $\bar{p} - \underline{p}$  zwischen maximal und minimal realisierbaren Prozesszeiten führen zu schlechterer Steuerbarkeit.

Zeitkonstanten im geschlossenen Regelkreis. Der Leser vergewissere sich, dass die aufgezeigten Grundzusammenhänge auch im Mehrgrößenfall Gültigkeit behalten.

Ziel ist es nun, die dynamische Abweichung  $\Delta \mathbf{x}(t)$  vom vorgegebenen Arbeitspunkt zu stabilisieren. Dazu werden die Eigenwerte  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  des über die Zustandsrückführung  $\Delta \mathbf{u}(t) = -\mathbf{K} \Delta \mathbf{x}(t)$  geschlossenen Regelkreises  $\Delta \dot{\mathbf{x}}(t) = -\mathbf{B} \mathbf{K} \Delta \mathbf{x}(t)$  auf der negativen reellen Achse platziert. Ist das System vollständig steuerbar, so besitzt  $\mathbf{B}$  vollen Zeilenrang und die Forderung  $\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{\Lambda} \mathbf{x}$  mit der Diagonalmatrix  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$  führt auf  $\mathbf{K} = -\mathbf{B}^+ \mathbf{\Lambda}$  mit  $\mathbf{B}^+ = \mathbf{B}^T (\mathbf{B} \mathbf{B}^T)^{-1}$ .

Dieses simple Regelgesetz soll nun im Hinblick auf  $\underline{p}$  und  $\bar{p}$  untersucht werden. Ziel dabei ist die Erlangung eines besseren Systemverständnisses, insbesondere in Bezug auf sinnvolle Größenordnungen für die Vorgabe der Zeitkonstanten/Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises. Es wird wieder das vorherige Einmaschinensystem betrachtet. Die Gleichung zur Reglerberechnung vereinfacht sich mit  $\underline{u} = 0$  und  $\bar{u} = 1$  zu

$$k = -\frac{\lambda}{b} = -\frac{\lambda}{\tilde{a}_N \Gamma_{uv}} = -\frac{\lambda}{\tilde{a}_N} \cdot \frac{\underline{u} - \bar{u}}{\underline{v} - \bar{v}} = -\frac{\lambda}{\tilde{a}_N} \cdot \frac{1}{\bar{v} - \underline{v}} = -\frac{\lambda}{\tilde{a}_N} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\underline{p}} - \frac{1}{\bar{p}}} = -\frac{\lambda}{\tilde{a}_N} \cdot \frac{\bar{p} \underline{p}}{\bar{p} - \underline{p}}. \quad (5.30)$$

Eine konkrete Regelabweichung  $\Delta x$  des Zielpuffers kann durch das Erkennen von  $\Delta x$  Ausschussteilen im Rahmen einer Qualitätskontrolle entstehen. Da Qualitätskontrollen in regelmäßigen Zeitabständen erfolgen, kann eine maximal erwartbare Regelabweichung abgeschätzt werden. Für eine Reglerauslegung, die auch im Falle der Realisierung des maximal erwarteten Ausschusses nicht die Stellgrößenbegrenzung  $\bar{u}$  verletzt, muss folglich

$$|\lambda| \leq \frac{\bar{u}}{|\Delta x|} \cdot \tilde{a}_N \frac{\bar{p} - \underline{p}}{\bar{p} \underline{p}} \Leftrightarrow T = \frac{1}{|\lambda|} \geq \frac{|\Delta x|}{\bar{u}} \cdot \frac{\bar{p} \underline{p}}{\tilde{a}_N (\bar{p} - \underline{p})} \quad (5.31)$$

für den Eigenwert  $\lambda$  bzw. die Zeitkonstante  $T$  des geschlossenen Regelkreises gelten. Dabei wurden ein stabiler Eigenwert  $\lambda = -|\lambda|$  und aufgrund von Ausschuss eine negative Abweichung  $\Delta x = -|\Delta x|$  angesetzt. Man betrachte (5.31) für den Fall  $\underline{p} = \bar{p}$ , in dem keine Geschwindigkeitsvariation möglich ist bzw. jegliche Variation der Stellgrößen in derselben Prozesszeit resultiert. In diesem Falle gilt  $|\lambda| \leq 0 \Leftrightarrow \lambda = 0$ . Der Pol des offenen Regelkreises kann nicht verschoben werden. Grundsätzlich gilt auch hier: Je kleiner die Differenz  $\bar{p} - \underline{p}$ , desto größer  $\frac{\bar{p}\underline{p}}{\bar{p}-\underline{p}}$  und damit langsamer die ohne Stellgrößenverletzungen wählbaren Zeitkonstanten des geschlossenen Regelkreises.

Gemäß Abbildung 2.3 ergibt sich der gesamte Systemeingang zum Zeitpunkt  $t$  zu  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_S(t) + \mathbf{u}_R(t)$ . Dabei gleicht der gefundene Störgrößenregler Abweichungen des Produktionssystems vom Führungsverhalten aus und appliziert dazu die Stellgröße  $\mathbf{u}_R(t) = \Delta \mathbf{u}(t)$ . Dagegen entspricht der zeitvariante Arbeitspunkt dem Führungsverhalten und wird durch  $\mathbf{u}_S(t) = \mathbf{u}_{AP}(t)$  vorgesteuert. Aus der vorgestellten Methode zur Trajektorienplanung gehen jedoch ereignisbasierte Markierungsfolgen hervor. Sie enthalten neben quantitativen Informationen über Skalierungsfaktoren auch qualitative Informationen zu den Ereignissen SU, TC und SD. Damit stellt sich die Frage, wie die Trajektorien der verwendeten Modelle zu Planung und Regelung auf eine gemeinsame Zeitbasis gestellt und mit dem realen System in Übereinstimmung gebracht werden können. Zu ihrer Beantwortung erläutert der nächste Abschnitt die Extraktion der zeitbasierten Referenz- und Steuertrajektorien aus dem Optimierungsergebnis der Trajektorienplanung.

## 5.4 Gesamtsystem ereignisdiskreter und kontinuierlicher Regelkreiskomponenten

Die vorangegangenen Unterkapitel 5.1 und 5.3 haben die in den Blöcken *Trajektorienplanung* und *Regelung* des 2DoF-Regelkreises aus Abbildung 2.3 verwendeten Systemmodelle vorgestellt. Zur Ressourcenallokation im Rahmen der Trajektorienplanung wird ein ereignisdiskretes Systemmodell verwendet, dessen kleinste Zeiteinheit  $\Delta T$  der Schaltdauer einer Transition entspricht, während Regler anhand eines zeit- und wertkontinuierlichen Modells entworfen werden. Weiterhin lässt sich das reale Systemverhalten durch ein hybrides Modell beschreiben. Es entspricht dem ereignisdiskreten Modell aus Abbildung 5.2 mit dem Unterschied, dass Zustandsübergangszeiten sowie Skalierungsfaktor und Verschleißinkremente beliebig fein (kontinuierlich) aufgelöst sind. Für ihre Zusammenführung in einem 2DoF-Regelkreis gemäß Abbildung 2.3 müssen alle Komponenten auf einer gemeinsamen Zeitbasis operieren. Hierzu werden die unterschiedlichen Modelle in diesem Kapitel untereinander abgeglichen. Der Abgleich erfolgt anhand des Minimalbeispiels aus Abbildung 5.7. Es zeigt ein Produktionsnetzwerk, bestehend aus einer Maschine, zwei Werkstückpuffern und einem Mitarbeiter. Es handelt sich um eine Doppelspindelmaschine, die stets zwei Teile gleichzeitig fertigen kann (vgl. Kantengewichte).

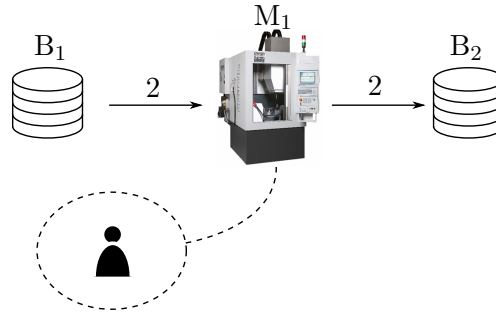


Abbildung 5.7: Netzwerk bestehend aus einer Maschine, einem Mitarbeiter und zwei Puffern.

Nachdem eine Produktionsplanung auf Basis des (zeitbewerteten) ereignisdiskreten Planungsmodells nach Kapitel 5.1 mit  $\Delta T = 300$  s,  $K = 48$ ,  $N_{SF} = 3$ ,  $N_{TC} = 5$ ,  $N_{SD} = 2$  und  $N_{SU} = 1$  durchgeführt wurde, liegt der schwarze Zeitverlauf  $m_{M,grob}$  aus Abbildung 5.8 vor. Sobald die Maschine hochgefahren wurde, führt sie gemäß Planungsmodell fünf Produktionszyklen durch, bevor ihr Werkzeug gewechselt wird. Anschließend folgen weitere sechs Produktionszyklen, wovon die letzten vier langsamer mit einer Dauer von  $4\Delta T$  (vgl. durch gestrichelte Linien gekennzeichneten Abschnitt) statt  $2\Delta T$  durchgeführt werden. Schlussendlich wird die Maschine heruntergefahren. Vor dem Betreten jeder der Aktionszustände *Tool change*, *Work* und *Shutdown* verweilt die grobe Modelltrajektorie stets für mindestens  $\Delta T$  im *Idle*-Zustand. Reale Maschinen betreten den *Idle*-Zustand jedoch nur zur Überprüfung logischer Vorbedingungen zum Start der Aktionen *Tool change*, *Work* und *Shutdown*. Analog kann der *Off*-Zustand betrachtet werden, in dem eine reale Maschine einzig auf die Erfüllung der Vorbedingungen für den *Startup*-Vorgang wartet. Nur wenn Vorbedingungen nicht erfüllt sind, wartet eine Maschine in ihrem *Idle*- bzw. *Off*-Zustand auf deren Erfüllung. Andernfalls beginnt sie unmittelbar mit der Aktionsausführung und verlässt *Idle* bzw. *Off* nach Sekundenbruchteilen. Nichtsdestotrotz umfasst ein kompletter Aktionszyklus stets auch den in der Regel sehr kurzen Aufenthalt im *Idle*-Zustand.

Je nach Wahl von  $\Delta T$  ergeben sich daraus Abweichungen zwischen Planungsmodell und realem System. Die Ursache hierfür kann jedoch bei der Parametrierung des Planungsmodells berücksichtigt werden. Dazu wird die Zeit zur Überprüfung besagter logischer Vorbedingungen vernachlässigt. Die Aufenthaltsdauer des Planungsmodells in sämtlichen Aktionszuständen wird um  $\Delta T$  kürzer gewählt, wohl wissend, dass sich das Planungsmodell vor der Ausführung jeder Aktion für  $\Delta T$  in *Idle* oder *Off* befindet und diese Zeit ebenfalls den Aktionszyklen zugeordnet wird. Jeder Zeitraum, den eine Maschine vor dem Start einer Aktion über  $\Delta T$  hinaus in *Idle* oder *Off* verbringt, ist dagegen nicht auf die Modellierung sondern auf unerfüllte Vorbedingungen zum Verlassen des jeweiligen Zustandes zurückzuführen.

Auf Basis dieser zeitlichen Interpretation der groben Modelltrajektorien können die ebenfalls in Abbildung 5.8 aufgetragenen Skalierungsfaktoren ermittelt werden. Mit den experimentell zu bestimmenden Systemparametern  $\underline{p}$  und  $\bar{p}$  kann die affine Abbildung  $v = \Gamma_{uv}u + \gamma_{uv}$  gemäß (A.9) bestimmt und zur Berechnung von  $u_S(t)$  verwendet werden. Für Zeiträume, in denen nichts produziert wird, gilt  $v = 0$  und entsprechend  $u_S(t) = -\Gamma_{uv}^{-1}\gamma_{uv}$ . Man beachte, dass auch während der *Idle*-Phasen für  $\Delta T$  vor Betreten von *Work*  $u_S(t) \in [0, 1]$

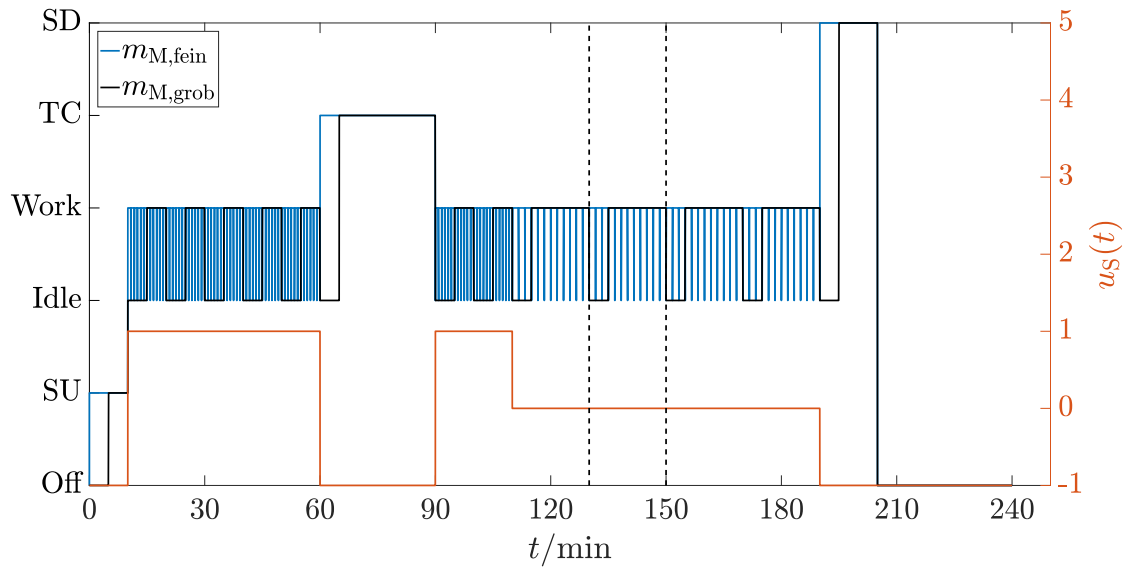


Abbildung 5.8: Zustandstrajektorie der realen Maschine aus Abbildung 5.7 (blau) und grobe Planungstrajektorie (schwarz). Gestrichelte Linien markieren einen der Produktionszyklen des Planungsmodells, die jeweils zwölf Produktionszyklen des realen Systems umfassen. Orange aufgetragen wurde der aus der geplanten Trajektorie extrahierte Stellgrößenverlauf.

statt  $u_S(t) = -\Gamma_{uv}^{-1}\gamma_{uv} = -1$  gilt. Der so ermittelte Vorsteuerungsanteil  $u_S(t)$  kann am Summationspunkt der 2DoF-Struktur mit der Reglerstellgröße  $u_R(t)$  zum Systemeingang  $u(t) = u_S(t) + u_R(t)$  addiert werden. Sind sämtliche Vorbedingungen für einen Produktionsprozess erfüllt und wird die reale Maschine von einem Skalierungsfaktor  $u(t) \in [0, 1]$  angesteuert, beginnt sie mit der Werkstückproduktion durch das Auslösen eines maschineninternen Ereignisses, das sie von *Idle* nach *Work* überführt. Alle weiteren Ereignisse können anhand der geplanten Zustandsübergänge oder aus den Transitionsvektoren, die ebenfalls Ergebnis der Trajektorienplanung sind, ermittelt werden. Der Summationspunkt in der 2DoF-Struktur hat keine Bedeutung für abstrakte Ereignisse. Im Gegensatz zu den Skalierungsfaktoren werden Ereignisse deshalb ausschließlich vorgesteuert, da gemäß Kapitel 5.3.2 entworfene Zustandsregler keine Ereignismanipulationen ermöglichen.

Mit den auf diese Weise aus der geplanten Trajektorie/Markierungsfolge  $m_{M,grob}$  ermittelten Steuergrößen kann das hybride Systemmodell des realen Systems angesteuert werden. In Abbildung 5.8 sind die resultierenden Zustandsübergänge  $m_{M,fein}$  des realen Maschinenverhaltens in blau für einen Zeithorizont von  $T = 4 \text{ h} = 240 \text{ min}$  aufgetragen. Nachdem sie hochgefahren wurde, beginnt die Maschine mit der Werkstückproduktion bei Maximalgeschwindigkeit (hohe Transitionsfrequenz zwischen *Idle* und *Work*). Nach einer Stunde Bearbeitung folgt ein 30-minütiger Werkzeugwechsel. Anschließend produziert die Maschine weitere 20 Minuten mit schneller und danach bis zu ihrem Herunterfahren mit langsamer Geschwindigkeit (geringere Transitionsfrequenz zwischen *Idle* und *Work*).

Der durch gestrichelte Linien gekennzeichnete Bereich in Abbildung 5.8 markiert einen Produktionszyklus des Planungsmodells. Er umfasst zwölf Produktionszyklen des realen Sys-

tems, die mit gleicher Geschwindigkeit  $v = \frac{12}{4\Delta T}$  ablaufen. Da es die Aufgabe der Trajektorienplanung ist, diese Geschwindigkeiten festzulegen, kann durch grobere Wahl von  $\Delta T$  die Zahl der Freiheitsgrade für die Planung reduziert werden. Insbesondere bei Systemen mit sehr kleinen Prozesszeiten bedarf eine für jeden Produktionszyklus individuelle Geschwindigkeitsauswahl sehr kleiner  $\Delta T$ . Entsprechend  $K \sim \frac{1}{\Delta T}$  folgt daraus eine sehr große Zahl zu betrachtender Zeitschritte im Trajektorienplanungsproblem. Zudem hätte jede der Optimierungsvariablen, bezogen auf den Zeithorizont einer Schicht, nur marginale Auswirkungen. Auch deshalb ist es sinnvoll, zugunsten der Rechenzeit über  $\Delta T$  mehrere Produktionszyklen zu akkumulieren und einzelnen Entscheidungsvariablen ein größeres Gewicht zu verleihen.

Bei der Parametrierung des Systemmodells ist die Verweilzeit  $\Delta T$  des Modells in seinem *Idle*- oder *Off*-Zustand vor dem Start einer Aktion zu berücksichtigen. Während sich diese Zeitspanne  $\Delta T$  im Produktionsbetrieb auf mehrere Produktionszyklen verteilt, schlägt sie sich in den übrigen Aktionen vollständig in deren Ausführungszeit nieder. Dies kann in Abbildung 5.8 daran erkannt werden, dass in der groben Planungstrajektorie die *Idle*- bzw. *Off*-Zeiten unmittelbar vor dem Hochfahren, Werkzeugwechsel und Herunterfahren zusammengefasst mit den Zeiten der realen Systemtrajektorie  $m_{M,\text{fein}}$  übereinstimmen.

Maschinen sind in der Produktionswirtschaft lediglich das Mittel zur Werkstückproduktion. Wie ist es also um die aus den Maschinentrajektorien aus Abbildung 5.8 resultierenden Werkstückströme bestellt? Sie sind in Abbildung 5.9 dargestellt. Monoton fallende Zeitverläufe beschreiben das Leeren von Puffer  $B_1$ , monoton steigende das Füllen von  $B_2$ . Gemäß der Systembeschreibung aus Kapitel 2 werden für die Modellierung keine Transport- und somit Totzeiten betrachtet. Aufgrund der flussorientierten Modellierung des Arbeitszustandes gemäß Abbildung 5.4 werden Produkte während eines Ereignisses aufgenommen und an Folgepuffer abgegeben. Folglich existiert auch hier kein Zeitverzug zwischen Werkstückaufnahme und -abgabe in den Modellen. In der Konsequenz verlaufen ihre Pufferfüllstände symmetrisch zueinander. Dagegen erfolgt eine Werkstückaufnahme im realen System stets um die Bearbeitungszeit des Werkstücks früher als die zugehörige Werkstückabgabe. Folglich sind die Zeitverläufe von Prä- und Postpuffer der Maschine aus dem Simulationsmodell für das reale System nicht symmetrisch. Es wird darauf hingewiesen, dass dies aus Abbildung 5.9 aufgrund der Skalierung nicht entnommen werden kann. In realen Systemen nehmen Maschinen jedoch Werkstücke zunächst auf und geben sie erst nach Verarbeitung wieder frei. Dieses reale Verhalten ließe sich gegenüber der hier gewählten flussorientierten Modellierung auch mit geringerem Aufwand ereignisdiskret modellieren. So könnte der Arbeitszustand gemäß Abbildung 5.3 modelliert und an sämtlichen Subzuständen durch Transitionen betretbar gemacht werden, um verschiedene Prozesszeiten zu realisieren. Die flussorientierte Modellierung bietet jedoch den entscheidenden Vorteil, durch Wahl von  $\Delta T$  mehrere Produktionszyklen zu aggregieren, ohne dabei die Qualität des Fluidisierungsprozesses zu beeinträchtigen. So ist in der vergrößerten Darstellung rechts in Abbildung 5.8 zu erkennen, dass mit jeder Transition innerhalb des Arbeitszustandes des Planungsmodells im Falle der schnellen Produktionsgeschwindigkeit  $v = 2 \cdot \frac{12}{2\Delta T}$  jeweils zwölf Teile weiterverarbeitet werden. Bei langsamer Produktionsgeschwindigkeit besitzt ein Produktionszyklus

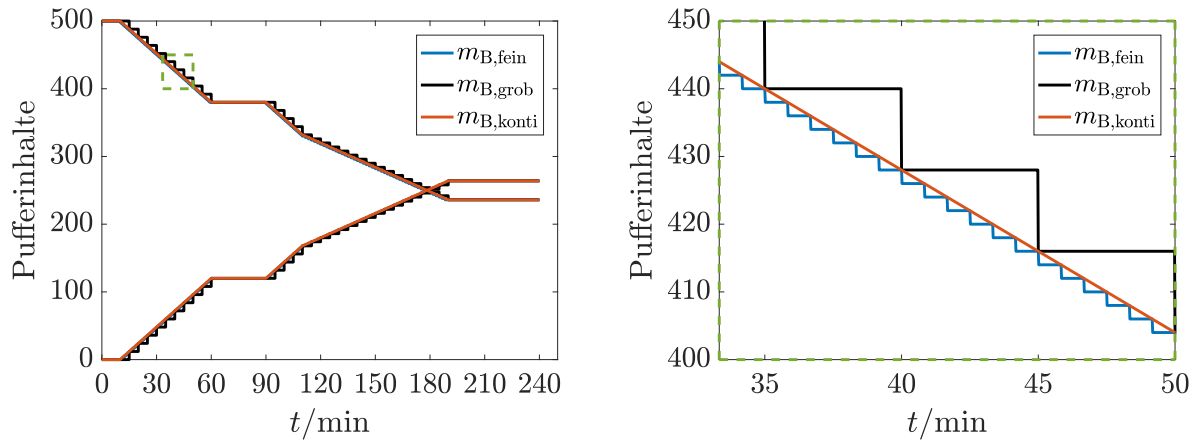


Abbildung 5.9: Pufferverläufe von  $B_1$  und  $B_2$  als Resultat der Zustandsverläufe aus Abbildung 5.8 für das reale System, ereignisdiskrete Planungs- und kontinuierliche Reglerentwurfsmodell. Monoton fallende Verläufe sind Puffer  $B_1$ , steigende  $B_2$  zuzuordnen. Auf der rechten Seite ist der links gekennzeichnete Ausschnitt vergrößert dargestellt.

vier Transitionen, wovon jede die Verarbeitung von sechs Werkstücken modelliert. Blau dargestellt sind Pufferverläufe des realen Systemmodells, das gemäß Abbildung 5.7 in jedem Produktionszyklus zwei Werkstücke fertigt. Der orangene Pufferverlauf zeigt die wertkontinuierlichen Puffertrajektorien des fluiden Modells (5.26b) bei Applikation des in Abbildung 5.8 dargestellten Steuereingangs  $u_S(t)$ .

Mit einer nicht flussorientierten Modellierung wäre die Wahl eines groberen Modells einzig über  $\Delta T$  nicht ohne weiteres möglich. Bezogen auf das vorliegende Beispiel müssten in diesem Fall zunächst 24 Werkstücke akkumuliert werden, bevor sie aus  $B_1$  entnommen würden. Auch würden sie erst nach vollständiger Bearbeitung gesammelt in  $B_2$  abgelegt. Verglichen mit dem realen System würde ein nicht flussorientiertes Maschinenmodell unverhältnismäßig lange mit der Werkstückaufnahme und -abgabe warten und damit in komplexeren Netzwerken auch nachgelagerten Maschinen Wartezeiten entstehen lassen. Die flussorientierte Modellierung ermöglicht dagegen einen über  $N_{SF}$  und  $\Delta T$  einstellbaren, feineren Werkstücktransport durch das Netzwerk und damit eine bessere Modellübereinstimmung im Falle mehrerer aggregiert betrachteter Produktionszyklen. So werden in der gewählten Parametrierung mit  $N_{SF} = 3$  bei langsamer Produktionsgeschwindigkeit jeweils sechs Werkstücke pro Prozesstransition verarbeitet, statt zu Beginn/Ende des Produktionsprozesses 24 Werkstücke gesammelt aufzunehmen/abzugeben.

In diesem Unterkapitel wurden Zusammenhänge und Interpretationen der im 2DoF-Regelkreis verwendeten Modelle verdeutlicht. Das folgende Kapitel demonstriert die Funktionsweise des Gesamtregelsystems unter Verwendung dieser Modelle.

## 6 Simulation und Umsetzung

---

Dieses Kapitel zeigt Simulationsergebnisse, die auf Basis des in den Kapiteln 4 und 5 erarbeiteten Regelkonzeptes erstellt wurden. In Kapitel 6.1 werden Produktionsszenarien präsentiert, anhand derer die in den Eingangskapiteln 1 und 2 motivierten Entwurfsziele für geregelte Produktionsnetzwerke nachgewiesen werden. Der Einsatz des entwickelten Regelsystems wird durch unterlagerte Prozessregelkreise erst ermöglicht. Als Wegbereiter für das Produktionsregelsystem erfolgt eine Wirtschaftlichkeitsbetrachtung der Flexibilisierung von Maschinen durch Prozessregelungen. Dazu wird in Kapitel 6.2 anhand der entwickelten Modelle die Sensitivitätsanalyse eines betriebswirtschaftlichen Kostenmaßes durchgeführt.

---

### 6.1 Simulation ausgewählter Produktionsszenarien

Dieses Unterkapitel demonstriert die Funktionsweise des 2DoF-Regelkreises zur Erreichung der Entwurfsziele aus Kapitel 2.2. Das Regelsystem wird zur Hebung der in Kapitel 1 aufgezeigten Potentiale eingesetzt. Dazu betrachtet Unterabschnitt 6.1.1 Produktionsszenarien zur Optimierung des Führungsverhaltens, während in Unterabschnitt 6.1.2 das Störverhalten im Fokus steht. Die simulativen Untersuchungen werden anhand des Beispielnetzwerkes aus Kapitel 2.1 durchgeführt und diskutiert.

#### 6.1.1 Führungsverhalten

Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Branch-and-Price Verfahren zu Versuchszwecken in Matlab implementiert. Für die in diesem Kapitel erzeugten Trajektorien wurde jedoch auf die numerisch effizientere Implementierung des „generic branch-cut-and-price“ Solvers GCG 3.0.0 der SCIP-Optimization Suite 6.0.0 des Zuse Institut Berlin zurückgegriffen [44]. Ihr können Problem instanzen in Form von \*.lp-Files und \*.dec-Files übergeben werden. Letztere beinhalten Informationen zur Problemstruktur und definieren Diagonalblöcke und Koppelnebenbedingungen des zu lösenden Optimierungsproblems.

Es wird das Produktionssystem aus Abbildung 2.1 auf Seite 6 mit einem Mitarbeiter und  $\alpha = \beta = 3$  betrachtet. Es wird als homogenes MADES betrachtet, bei dem alle Maschinen dieselben Parameter aus Tabelle 6.1a besitzen. Die Planung soll, aus den in Unterkapitel 5.1.1 erläuterten Gründen, mit nur zwei verschiedenen Produktionsgeschwindigkeiten  $v_{M_j} \in \{\underline{v}_{M_j}, \bar{v}_{M_j}\}$  durchgeführt werden. Ziel der Trajektorienplanung sei es, einen optimalen Produktionsplan zur Fertigung von 900 Werkstücken binnen einer achtstündigen Schicht zu



Tabelle 6.1: System- und Modellparameter zur Trajektorienplanung für eine Schicht  $T = 8$  h

(a) Systemparameter		(b) Planungsmodellparameter	
Parameter	Wert	Parameter	Wert
Init-State Maschinen	<i>Idle</i>	Init-State Maschinen	<i>Idle</i>
Startup-Zeit	30 min	$N_{\text{SU}}$	$2\Delta T$
Shutdown-Zeit	20 min	$N_{\text{SD}}$	$\Delta T$
Tool change-Zeit	40 min	$N_{\text{TC}}$	$3\Delta T$
Minimale Prozesszeit	60 s	$\tilde{p}_1$	$3\Delta T$
Maximale Prozesszeit	80 s	$\tilde{p}_2$	$4\Delta T$
Minimale Tool-Standzeit	90 Prod.-Zyklen	$n_1$	3
Maximale Tool-Standzeit	120 Prod.-Zyklen	$n_2$	4
Personal	1 Mitarbeiter	Personal	$m_{\text{WR}} = 1$
Pufferkapazitäten	je 1500 Teile	Pufferkapazitäten	$\bar{m}_{\text{B}_i} = 1500$
Init-State Puffer	1500 Teile in $\text{B}_1$	Init-State Puffer	$\mathbf{m}_{\text{B}}(0) = [1500, 0, 0]^T$
Produktionsziel	900 Teile in $\text{B}_3$	Endzustand Puffer	$m_{\text{B}_3}(K) = 900$
		$N_{\text{SF}}$	$3\Delta T$
		$\Delta T$	600 s
		$K$	48

berechnen. Während die Nebenbedingungen für das Planungsproblem aus dem Planungsmodell mit den Parametern aus Tabelle 6.1b resultieren, muss eine Zielfunktion vorgegeben werden, die es unter Einhaltung dieser Nebenbedingungen zu minimieren gilt. Man beachte, dass in Tabelle 6.1b bereits berücksichtigt wurde, dass das Planungsmodell vor dem Start jeder Aktion für den Zeitraum  $\Delta T$  in seinem *Idle*-Zustand ausharrt, der jedoch zum eigentlichen Aktionszeitraum hinzugezählt wird (siehe Kapitel 5.4). Im nachfolgend betrachteten Minimierungsproblem wird der Aufenthalt von Maschinen in ihrem *Off*-Zustand mit  $-500$  und in ihrem *Idle*-Zustand mit  $-10$  für jeden Simulationsschritt belohnt. So entsteht der Anreiz, Maschinen, die zur Erreichung des Produktionsziels nicht mehr benötigt werden, abzuschalten und Wartetransitionen (vgl.  $T_9$  in Abbildung 5.2) bevorzugt im *Idle*-Zustand zu verwenden, wenn sich dadurch kein Nachteil ergibt. Zudem wird jede Wartetransition mit Kosten von  $+100$  bestraft, um das Timing von Ereignissen wie Werkzeugwechseln nach Möglichkeit durch Variation der Produktionsgeschwindigkeit zu erreichen. Sämtliche anderen Agentenvariablen werden im Kostenvektor mit Null gewichtet. Dieses Beispielpblem wird in drei unterschiedlichen Szenarien betrachtet. Für Netzwerkvariablen werden dazu drei verschiedene Gütevektoren der Form

$$\mathbf{c}_k^{\text{N}} = [0, 0, c_k^{\text{B}_2}, -100]^T \text{ mit } k = 1, \dots, K \text{ und } c_k^{\text{B}_2} \in \{-50, 0, +50\} \quad (6.1)$$

betrachtet, wobei der Gütewert für den mittleren Puffer  $\text{B}_2$  zwischen einzelnen Szenarien variiert wird. Die Tatsache, dass  $\mathbf{c}_k^{\text{N}}$  für alle  $k$  repliziert wird, setzt Anreize, das Produktionsziel frühzeitig bereits vor  $k = K$  zu erreichen. Weiterhin können die Werte  $c_k^{\text{B}_2} \in \{-50, 0, +50\}$  als drei unterschiedliche Produktionsstrategien für den Zwischenpuffer  $\text{B}_2$  verstanden wer-

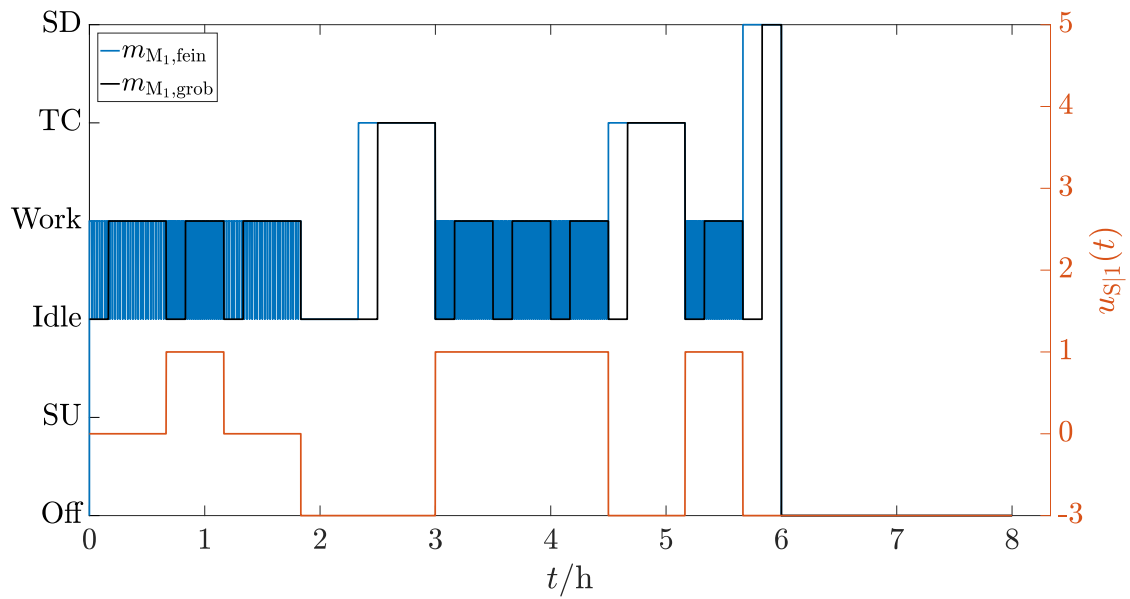


Abbildung 6.1: Geplante Trajektorie für Maschine  $M_1$  im Produktionsszenario mit  $c_k^{B_2} = 0$ .

den. So verstärkt  $c_k^{B_2} = -50$  den Anreiz der ersten beiden Maschinen, ihren Beitrag zur Zielerreichung möglichst schnell zu leisten. Wegen  $c_k^{B_3} = -100 < c_k^{B_2} = -50$  sind vollständig fertiggestellte Teile jedoch nach wie vor erstrebenswerter, als Zwischenprodukte in  $B_2$  anzusammeln. Für  $c_k^{B_2} = +50$  werden in  $B_2$  gelagerte Teile bestraft. Damit verfolgt diese Produktionsstrategie das Ziel, mit möglichst wenig Fläche zur Zwischenlagerung auszukommen und in Zwischenprodukten gebundenes Kapital zu reduzieren. Das Szenario mit  $c_k^{B_2} = 0$  stellt folglich einen Mittelweg dieser beiden Produktionsstrategien dar.

Die Abbildungen 6.1, 6.2 und 6.3 zeigen die Planungsergebnisse zu den Maschinentrajektorien für das Szenario mit  $c_k^{B_2} = 0$ . Dargestellt ist in schwarz jeweils der auf Basis des groben Planungsmodells ( $\Delta T = 600$  s) berechnete Zustandsverlauf, das Zeitverhalten der realen Maschinen (feine blaue Zeitverläufe) sowie die extrahierten Skalierungsfaktoren für das fluidisierte Modell. Da der Wertebereich der Skalierungsfaktoren  $[0, 1] \cup \{-\Gamma_{uv}^{-1}\gamma_{uv}\}$  umfasst, weisen die zugehörigen  $y$ -Achsen auf der jeweils rechten Seite nur im positiven Bereich eine lineare Skalierung auf. Für nicht produktive Zeiträume der Maschinen  $M_j$  nimmt der Skalierungsfaktor mit den Parametern aus Tabelle 6.1 jeweils den Wert  $u_{S|j} = -\Gamma_{uv}^{-1}\gamma_{uv} = -3$  an.

Bei Betrachtung der Abbildungen 6.1, 6.2 und 6.3 fällt auf, dass, obwohl alle Maschinen denselben Startzustand besitzen, lediglich  $M_1$  kurzzeitig auf den einzig verfügbaren Mitarbeiter warten muss. Um dies zu verdeutlichen, zeigt Abbildung 6.4 die Einplanung dieses Mitarbeiters. Eine derartige Ressourcenallokation wird möglich, indem die eingesetzten Werkzeuge durch die Verwendung verschiedener Produktionsgeschwindigkeiten unterschiedlich schnell verschleßen und in der Konsequenz anstehende Werkzeugwechsel zeitlich auseinandergezogen werden können. Abbildung 6.5 zeigt die prozentualen Zeitverläufe der Werkzeugverschleißzustände in den einzelnen Maschinen und verdeutlicht diesen Zusammenhang. Wäh-

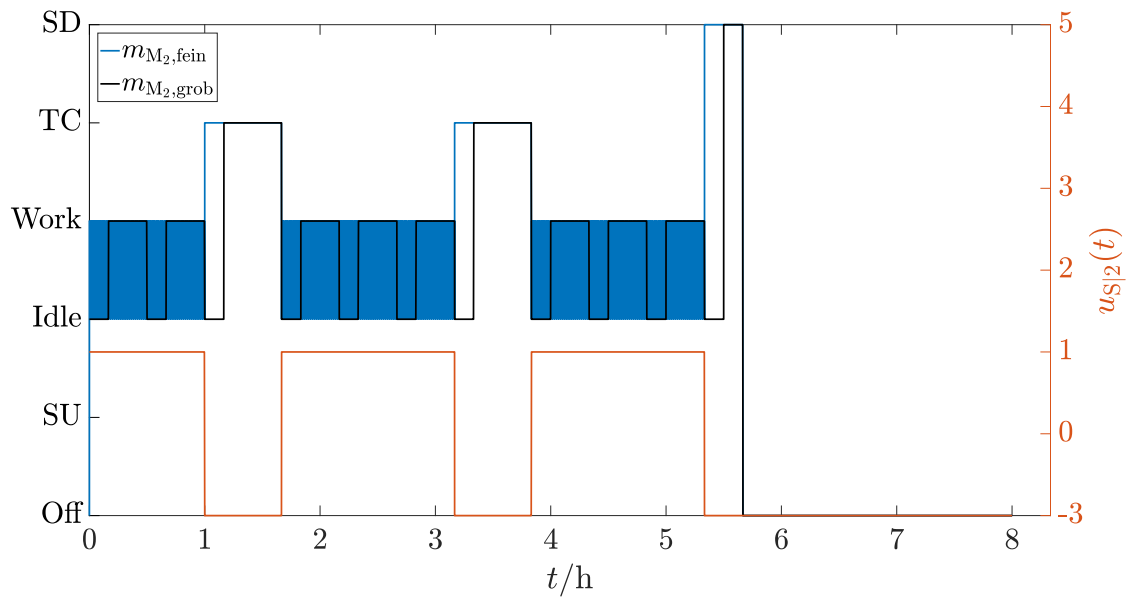


Abbildung 6.2: Geplante Trajektorie für Maschine  $M_2$  im Produktionsszenario mit  $c_k^{B_2} = 0$ .

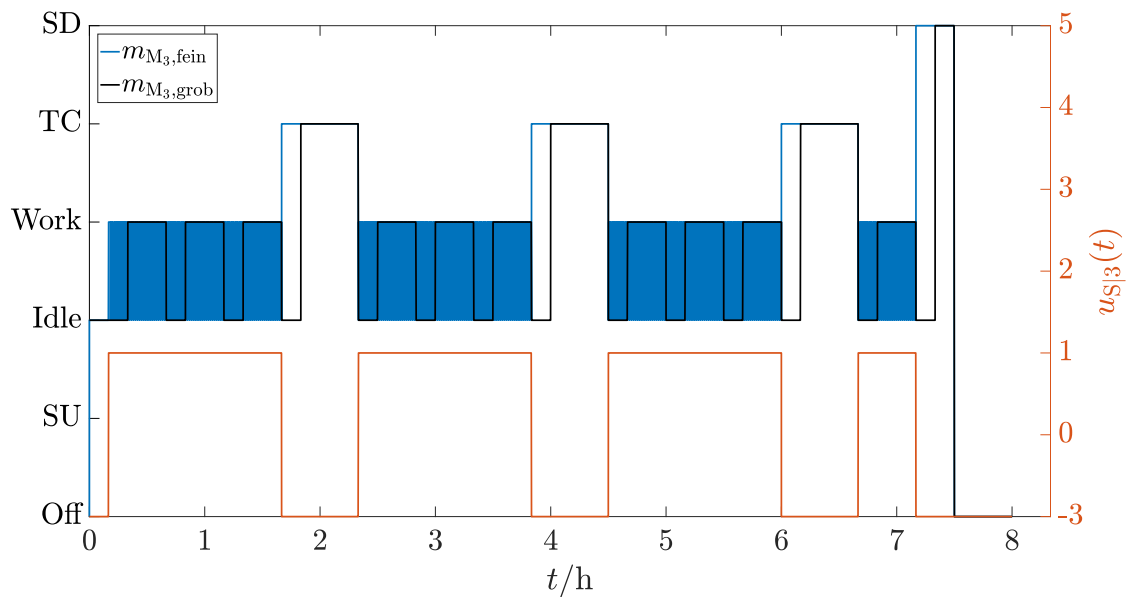


Abbildung 6.3: Geplante Trajektorie für Maschine  $M_3$  im Produktionsszenario mit  $c_k^{B_2} = 0$ .

rend alle Maschinen mit neuen Werkzeugen und deshalb mit demselben Verschleißzustand starten, wurden die Wechselzeitpunkte ihrer zweiten Werkzeuge derart auseinandergezogen, dass der Mitarbeiter sie nacheinander austauschen kann. Dieses Phänomen wäre auch aufgetreten, wenn alle Maschinen von Beginn an mit maximaler Geschwindigkeit produziert hätten. Die Wartezeiten einzelner Maschinen auf den Mitarbeiter wären dann aber größer ausgefallen. Stattdessen wurden hier der vorzeitige Werkzeugwechsel an Maschine  $M_2$ , die beiden langsameren Produktionsphasen sowie die kurze Wartephase von  $M_1$  durchgeführt.

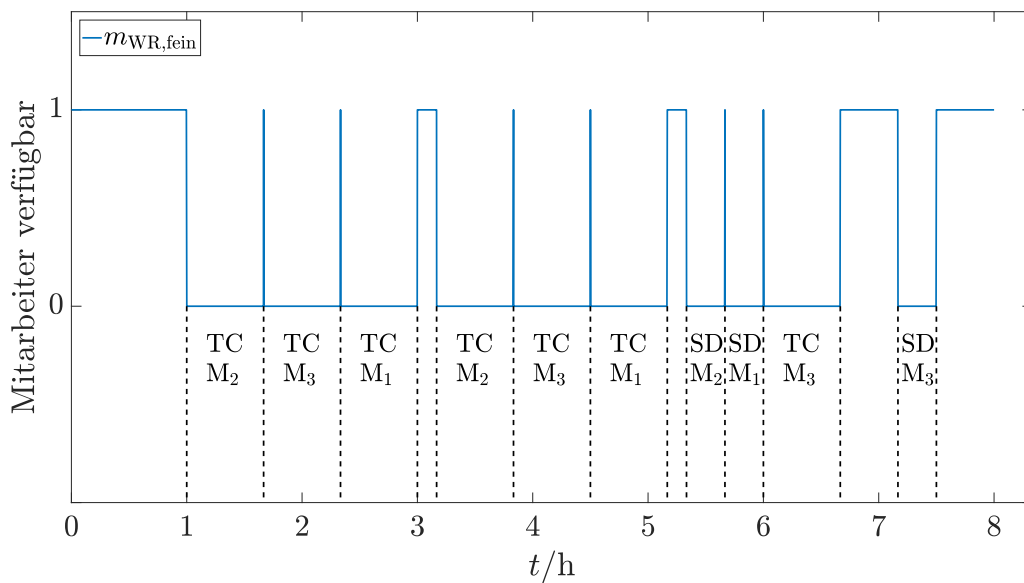


Abbildung 6.4: Mitarbeiterverfügbarkeit und Mitarbeiterereinplanung im Produktionsszenario mit  $c_k^{B2} = 0$ .

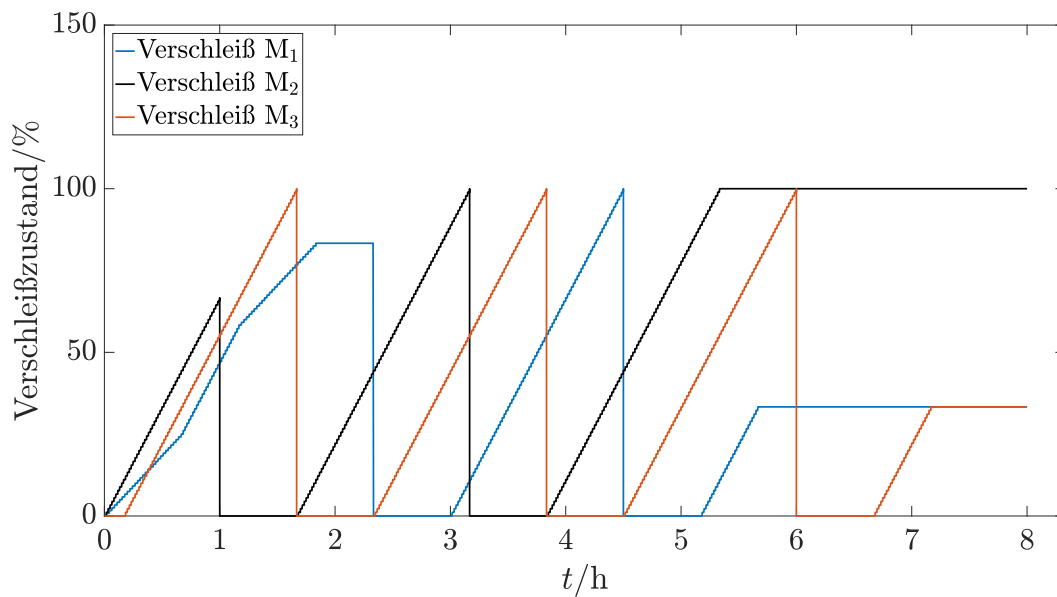


Abbildung 6.5: Verschleißzustände der Werkzeuge einzelner Maschinen im Produktionsszenario mit  $c_k^{B2} = 0$ . Zeitpunkte für Werkzeugwechsel werden entzerrt.

Damit ist auch verifiziert, dass die Modifikationen des Planungsproblems aus Kapitel 5.2 tatsächlich vorzeitige Werkzeugwechsel ermöglichen.

Abbildung 6.6 zeigt links die aus den Maschinentrajektorien resultierenden Füllstandsverläufe der Werkstückpuffer. Aufgrund von  $c_k^{B2} = 0$  besteht kein Anreiz für die Maschinen  $M_1$  und  $M_2$ , mehr als die von Maschine  $M_3$  benötigten 900 Teile zu produzieren. Infolge der

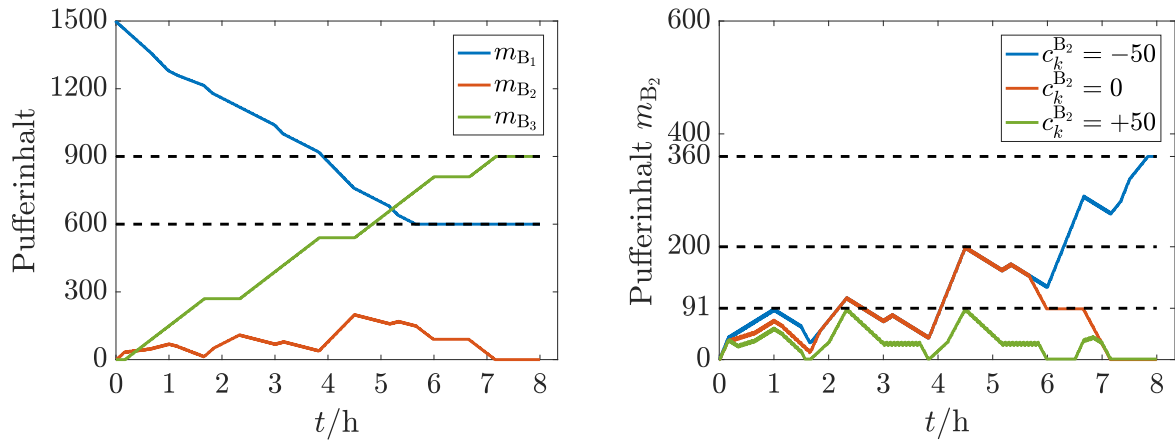


Abbildung 6.6: Pufferverläufe zum Produktionsszenario mit  $c_k^{B_2} = 0$  (links) und Zeitverläufe des mittleren Pufferfüllstandes zu allen drei Produktionsstrategien  $c_k^{B_2} \in \{-50, 0, +50\}$  (rechts).

Belohnung ausgeschalteter Maschinen (z.B. aufgrund geringeren Energieverbrauchs) werden  $M_1$  und  $M_2$  schnellstmöglich heruntergefahren, nachdem sie ihren Beitrag zur Erreichung der zu produzierenden Zielmenge geleistet haben. Zum Vergleich der unterschiedlichen Produktionsstrategien  $c_k^{B_2} \in \{-50, 0, +50\}$  zeigt die rechte Grafik in Abbildung 6.6 die Füllstandverläufe des mittleren Puffers  $B_2$  für jede der drei Produktionsstrategien. Im Szenario mit  $c_k^{B_2} = -50$  wird keine Maschine abgeschaltet und  $B_2$  mit maximal 360 Werkstücken gefüllt. Dagegen kann im Falle von  $c_k^{B_2} = +50$  die Nutzung des Zwischenpuffers auf maximal 91 Teile reduziert werden. Es ist zu erwarten, dass diese Reduzierung in Produktionsplänen, die mit kleinerem  $\Delta T$  berechnet wurden, noch deutlicher ausfällt. Weiterhin könnte die Einhaltung verbindlicher Pufferobergrenzen durch entsprechende Nebenbedingungen im Planungsproblem erzwungen werden.

Zuletzt wird das am Ende von Unterkapitel 4.3.2 angesprochene Optimierungsverhalten betrachtet. Hierzu zeigt Abbildung 6.7 links die Entwicklung der oberen und unteren Schranke für die optimale Lösung des Trajektorienplanungsproblems von Szenario  $c_k^{B_2} = -50$ . Die Optimierungsdauer korreliert wesentlich mit der Anzahl der im Branch-and-Bound-Baum untersuchten Knoten. Sie stellt zudem eine von der Rechenplattform unabhängige Größe dar und dient deshalb als Bezugsgröße. Charakteristisch für den Optimierungsfortschritt von Branch-and-Price-Verfahren werden bereits nach wenigen Knoten zu Beginn der Optimierung sehr gute Lösungen gefunden. Im betrachteten Szenario wird nach 16700 untersuchten Knoten eine optimale Lösung und damit eine nicht weiter verbesserbare obere Schranke für das Minimierungsproblem gefunden. Im übrigen Optimierungsverlauf erfolgt eine Verringerung der Optimalitätslücke ausschließlich durch Verbesserung der unteren Schranke. Dies entspricht dem fortwährenden Ausschließen noch zu untersuchender Knoten im Zuge des Bound-Schrittes, um den Optimalitätsnachweis zu erbringen. Auf der rechten Seite von Abbildung 6.7 sind die Verläufe der Optimalitätslücken für die drei betrachteten Szenarien dargestellt. Steile Abfälle resultieren zumeist aus neu gefundenen IP-zulässigen Lösungen.

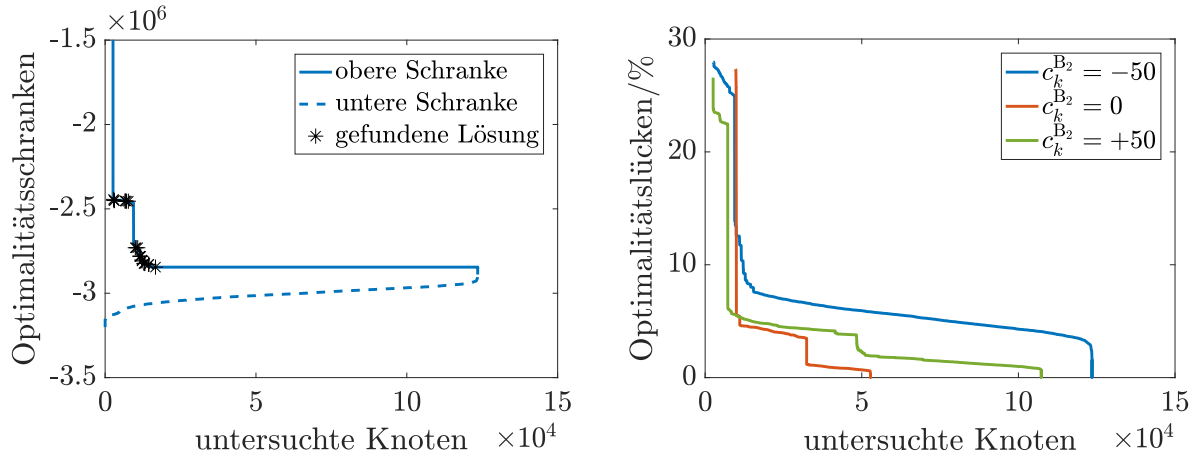


Abbildung 6.7: Obere und untere Schranken für den Optimierungsverlauf bei der Trajektorienplanung für Szenario  $c_k^{B_2} = -50$  (links) und Verlauf der Optimalitätslücken während der Trajektorienplanung für die Szenarien  $c_k^{B_2} \in \{-50, 0, +50\}$ .

In Szenario  $c_k^{B_2} = +50$  kann auch im fortgeschrittenen Optimierungsverlauf eine noch bessere Lösung gefunden werden. Dennoch kann für alle Szenarien bereits früh die Aussage getroffen werden, dass alle möglichen weiteren Lösungen das Gütemaß um nicht mehr als 10% gegenüber der bislang besten Lösung verbessern.

Nichtsdestotrotz muss das Branch-and-Bound-Schema eine hohe absolute Knotenzahl explorieren. Dies ist überwiegend den folgenden beiden Punkten geschuldet:

- Die generische Problemmodellierung führt zu einer unnötig komplexen Problemformulierung. Das Entscheidungsproblem der Ressourcen- und Produktionsgeschwindigkeitszuteilung könnte ohne den „Umweg“ über Petri-Netze mit einer wesentlich kleineren Anzahl an Variablen formuliert und gelöst werden. Insbesondere im Bereich der ganzzahligen und kombinatorischen Programmierung bedarf es jedoch praktischer Erfahrung, um Probleme effizient zu modellieren.
- Uninformierte Verfahren besitzen keine problemspezifischen Informationen, welche die Exploration im Branch-and-Bound-Schema steuern. Dagegen steuern Heuristiken die Exploration, indem sie als besonders aussichtsreich identifizierte Knoten priorisieren. Dazu muss eine gute Heuristik den „Abstand“ bereits explorierter Knoten zu demjenigen, der die Optimallösung hervorbringt, abschätzen. Bei der weiteren Exploration werden solche Knoten bevorzugt, die sich bezüglich dieses zu definierenden Abstandsmaßes bereits in der Nähe der Optimallösung befinden. Zur Formulierung nützlicher Heuristiken bedarf es jedoch stets problemspezifischem Domänenwissen. Im präsentierten Beispiel wäre ein solches Abstandsmaß auf Basis der Optimierungsvariablen für die Pufferinhalte denkbar.

Beide Punkte zielen auf eine Aufwandsreduzierung für das der DWD übergeordnete Branch-and-Bound-Schema ab. Der erste Punkt sieht die Formulierung auf den Einzelfall zugeschnit-

tener Optimierungsprobleme vor, während der zweite Punkt eine Anreicherung des Branch-and-Bound-Formalismus mit problemspezifischen Informationen empfiehlt. Da diese Arbeit gerade die Erforschung eines methodischen Vorgehens zum Ziel hat, wird an der Verwendung eines Modellierungsformalismus (hier Petri-Netze) und der allgemeinen Systemklasse MADES festgehalten. In dieser Arbeit vorgestellte Modellierungen sollten deshalb als Ausgangspunkt für eine auf konkrete Problemstellungen zugeschnittene Modellfindung angesehen werden. Hierzu sei der Leser auf die Quellen [107] und [110] verwiesen, die sich mit der „Kunst“ der Formulierung ganzzahliger Programme befassen. In diesem Kontext besonders hervorzuheben ist eine Publikation des hoch dekorierten Operationsforschers Michael Trick, in der er beschreibt, dass die meisten nützlichen (und insbesondere die wenigen generalistischen) Umformulierungen ganzzahliger Programme in der Regel bereits von state-of-the-art Solvern abgedeckt werden: *„Modelers need to be even more creative in reformulating their integer programs in order to improve on the automatic reformulations of the optimization codes“* [107]. Demnach werden erfolgreiche Umformulierungen nur mit einem hohen Maß an Kreativität gelingen, das sich nicht in einer allgemeingültigen Methodik formalisieren lässt, wie sie diese Arbeit anstrebt.

Stattdessen ist die entwickelte Methodik für ein breites Spektrum von Problemen anwendbar. So wurde das Konzept in [2] für ein Koordinationsproblem beweglicher Roboteragenten angewandt. Dass Heuristiken für Produktionsnetzwerke bei derartigen Problemen nicht zielführend sind, muss nicht erwähnt werden. Beiden Anwendungen liegt jedoch ein Ressourcen/Verbraucher-System zugrunde. Sie können folglich als MADES modelliert werden, weisen deren strukturelle Merkmale auf, und ihre Trajektorienplanungsprobleme können mittels Branch-and-Price-Verfahren verteilt gelöst werden. Alle domänenspezifischen Effizienzsteigerungen sind darüber hinaus im Einzelfall zu eruieren. Hierzu wird der Leser auf [112] verwiesen. Eine allumfassende Diskussion dieses Themas kann diese Dissertation nicht leisten. Ohnehin stellt die Trajektorienplanung im Kontext der Zwei-Freiheitsgrade-Regelung nur einen Teilaspekt dar. Der folgende Abschnitt präsentiert darum Regelungsergebnisse und diskutiert Aspekte des Störverhaltens.

### 6.1.2 Störverhalten

Der vorangegangene Abschnitt hat Möglichkeiten aufgezeigt, wie bei der Festlegung des Führungsverhaltens unterschiedliche Produktionsziele und -strategien verfolgt werden können. Im Folgenden wird das Störverhalten des 2DoF-Regelkreises untersucht. Mit dem Regelziel, Abweichungen von den Referenztrajektorien auszugleichen, wird das reale Produktionssystem unterschiedlichen Störungen ausgesetzt. Die folgenden Störfälle werden betrachtet:

- Nachproduktion fehlerhafter Ausschussteile
- Personalstörung in Form eines zu spät agierenden Mitarbeiters.

Als Referenz wird das Führungsverhalten aus Szenario  $c_k^{B_2} = 0$  gewählt. Gemäß Analyseabschnitt 5.3.2 wird aus Steuerbarkeitsgründen auf die Verschiebung des zum Startpuffer  $B_1$  gehörenden Eigenwertes verzichtet und dieser von der Betrachtung ausgeschlossen. Bei als ausreichend angenommener Versorgung des Netzwerkes mit Rohteilen stehen Zwischen- und Endpuffer  $B_2$  und  $B_3$  im Fokus der Betrachtung.

Es ist ersichtlich, dass bei vollständiger Stellgrößenauslastung alleine durch die Trajektorienplanung kein Spielraum für Regeleingriffe verbleibt. Gleichmaßen führen bereits minimale Stellgrößenerhöhungen bei Werkzeugen, die bis zu ihrer absoluten Verschleißgrenze eingeplant wurden, dazu, dass die Referenztrajektorie nicht mehr eingehalten werden kann. Aus diesem Grund sollte bereits bei der Trajektoriengenerierung eine Regelmarge eingeplant werden. Im hier betrachteten Beispiel seien dazu Erhöhungen der Produktionsgeschwindigkeiten durch den Regler um 10% über die bei der Planung angesetzten Maximalgeschwindigkeiten  $\bar{v}$  hinaus möglich. Diese Geschwindigkeitsmarge resultiert in oberen Stellgrößenbegrenzungen  $\bar{u} = \Gamma_{uv}^{-1} [1.1 \cdot \bar{v} - \gamma_{uv}] = [1.4, 1.4, 1.4]^T$ . Gleichmaßen wird die Überschreitung der eingeplanten Werkzeugstandzeiten um 10% zugelassen. In diesem Zusammenhang wird darauf hingewiesen, dass Standzeitähler in der Praxis ohnehin gelegentlich händisch manipuliert werden, um mehrere zeitgleich anstehende Werkzeugwechsel zu umgehen.

### Szenario 1: Ausschussproduktion

Zunächst werden Ausschussszenarien betrachtet. In Produktionen erfolgt eine stetige Qualitätskontrolle von produzierten Teilen und Zwischenteilen. Wichtigstes Ziel dabei ist die Erkennung von Ausschuss und damit von Teilen, die außerhalb von Qualitätstoleranzen liegen. Eine Ausschusserkennung und die damit verbundene Nachproduktion der Ausschussteile resultiert in einer Pufferstörung in Form von Werkstückentnahmen. Da die Kontrollen in regelmäßigen Zeitabständen durchgeführt werden, und Ausschussraten statistisch bekannt sind, kann eine maximal zu erwartende Ausschussmenge zwischen diesen Kontrollintervallen angegeben werden. Um auf eine maximal zu erwartende plötzliche Regelabweichung von 20 Teilen in Puffern im Rahmen der Stellgrößenbeschränkung zu agieren, wird die Eigenwertvorgabe mit den Parametern aus Tabelle 6.1 und der Faustformel (5.31) durchgeführt. Im ungünstigsten Fall muss davon ausgegangen werden, dass die Regelabweichung auftritt, wenn die den betroffenen Puffer befüllende/n Maschine/n bereits mit geplantem  $u_{S|j} = 1$  betrieben wird/werden. In diesem Arbeitspunkt verbleibt eine Regelmarge von  $\Delta \bar{u} = 0.4$ . Der Eigenwert zu  $B_3$  wird gemäß (5.31) nach  $\lambda_2 = -2.5 \cdot 10^{-4}$  verschoben. Für den Eigenwert zu  $B_2$  wird beachtet, dass zwei befüllende Maschinen parallel arbeiten und  $M_3$  diesen Puffer (möglicherweise) mit  $u_{S|3} = 1$  leert. Für  $\tilde{a}_N$  wird in (5.31) deshalb  $\tilde{a}_N = 2 \cdot 2 - 3 = 1$  angesetzt, woraus  $\lambda_1 \cong -0.83 \cdot 10^{-4}$  folgt. Als synthetische Störungen werden je 20 Teile nach  $t = 20$  min aus  $B_2$  und nach  $t = 2.5$  h aus  $B_3$  entnommen.

Die Abbildungen 6.8 und 6.9 zeigen Abweichungen von den geplanten Pufferfüllstandsverläufen für dieses Störungsszenario mit dem eingesetzten Regler. Man beachte, dass sich Puffer  $B_1$  monoton von seiner Referenztrajektorie entfernt. Da die Ausschussszenarien eine



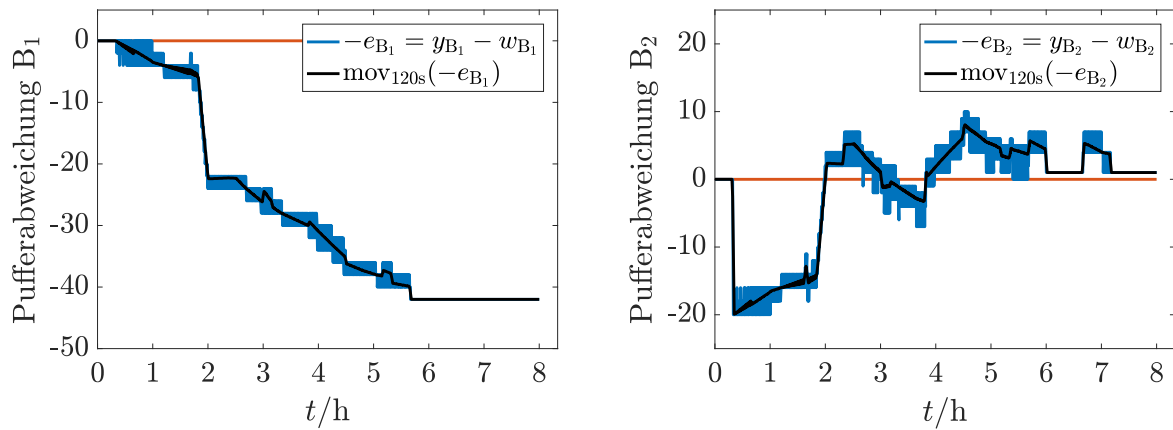


Abbildung 6.8: Abweichungen der Pufferverläufe von den geplanten Verläufen (vgl. Abb. 6.6 links) zu Produktionsszenario mit  $c_k^{B_2} = 0$  für Puffer B<sub>1</sub> (links) und Puffer B<sub>2</sub> (rechts). Zu  $t = 20$  min wurde Puffer B<sub>2</sub> und zu  $t = 2.5$  h Puffer B<sub>3</sub> um 20 Werkstücke reduziert. Neben den Zeitverläufen des realen Systems (blau) sind gleitende Mittelwerte mit einem Zeitfenster von 2 min = 120 s abgebildet.

Nachproduktion von Werkstücken erfordern, ist dies nicht verwunderlich. Insgesamt wurden 42 statt der nachzuproduzierenden  $2 \cdot 20 = 40$  Teile mehr als geplant aus B<sub>1</sub> entnommen. Dies liegt daran, dass M<sub>3</sub> stets  $\alpha = \beta = 3$  Teile gleichzeitig verarbeitet und damit eine Abweichung von 20 Teilen nicht exakt ausgleichen kann. Am Ende der Produktionsschicht hat M<sub>3</sub> sieben Arbeitszyklen und damit 21 statt 20 Teile nachproduziert. Dies war dadurch bedingt, dass in der vorgelagerten Produktionsstufe ebenfalls ein Produktionszyklus mehr als zur Störungskompensation nötig durchgeführt wurde. M<sub>1</sub> und M<sub>2</sub> verarbeiten stets zwei Teile gleichzeitig. Da M<sub>3</sub> ein Werkstück zu viel nachproduziert hat, befindet sich deshalb auch in B<sub>2</sub> zu Ende der Schicht ein überschüssiges Teil.

Die Zeitverläufe des realen Systems (blau) scheinen abschnittsweise konstant zu verlaufen, ehe sie sich sprunghaft verändern. Die eingezeichneten gleitenden Mittelwerte lassen jedoch auch in konstant verlaufenden Phasen eine Änderung erkennen. Auf der rechten Seite von Abbildung 6.9 ist der im linken Plot gekennzeichnete Bereich vergrößert dargestellt. Es ist zu erkennen, wie ähnlich einer Pulsweitenmodulation die Zeiträume, in denen die Abweichungen geringer sind zunehmen. Grund hierfür ist, dass ein gestörter Produktionszyklus nur über die Zeitdauer mehrerer Produktionszyklen aufgeholt werden kann.

Am Zeitverlauf für Puffer B<sub>3</sub> links in Abbildung 6.9 ist zu erkennen, wie Werkzeugwechselphasen immer wieder den Ausregelprozess unterbrechen. Für M<sub>3</sub> ist die vorgesehene Verschleißmarge eines Werkzeuges nicht ausreichend, um die benötigten Teile nachzuproduzieren. Der bei der Nachproduktion anfallende zusätzliche Werkzeugverschleiß wird daher von den Verschleißmargen mehrerer Werkzeuge kompensiert. Dies kann an den Zeitverläufen der Verschleißzustände in Abbildung 6.10 nachvollzogen werden. Maschine M<sub>3</sub> braucht die Verschleißmarge für das zweite Werkzeuge vollständig auf. Die Abbildung zeigt weiterhin die Reglerstellgrößen  $\mathbf{u}_R$ . Sie bleiben stets im Rahmen der vorgesehenen Regelmargen.

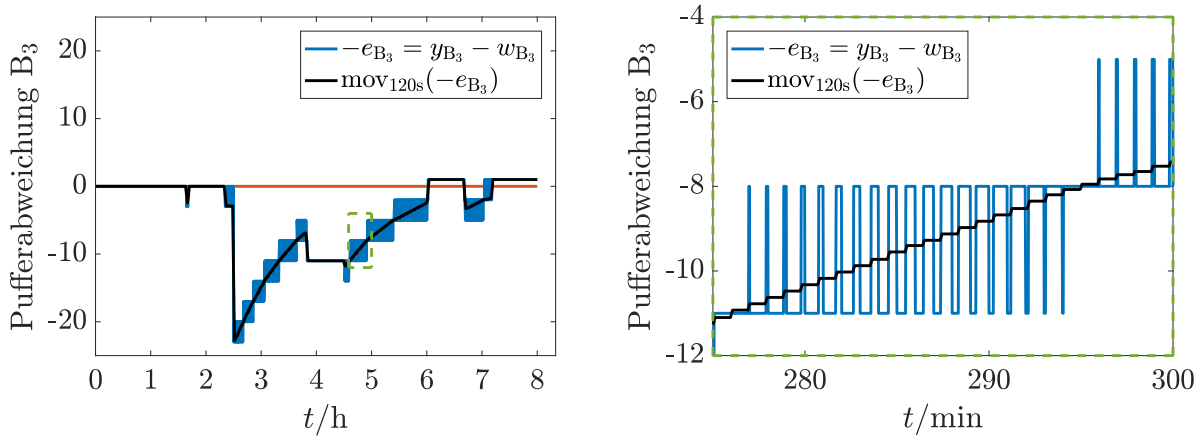


Abbildung 6.9: Abweichungen des Pufferverlaufs vom geplanten Verlauf (vgl. Abb. 6.6 links) zu Produktionsszenario mit  $c_k^{B_2} = 0$  für Puffer  $B_3$  (links). Vergrößerte Darstellung des gekennzeichneten Bereichs (rechts). Zu  $t = 20$  min wurde Puffer  $B_2$  und zu  $t = 2.5$  h Puffer  $B_3$  um 20 Werkstücke reduziert. Neben den Zeitverläufen des realen Systems (blau) ist der gleitende Mittelwerte mit einem Zeitfenster von  $2 \text{ min} = 120 \text{ s}$  abgebildet.

Die einzige Ausnahme bildet der Reglerausgang für Maschine  $M_3$ , der im Zeitraum von  $t = 150 \text{ min}$  bis  $t = 160 \text{ min}$  für jeweils einige Sekunden  $u_{R|3} = 0.46 > 0.4$  vorgibt. Diese Vorgabe wird am Systemeingang von der Stellgrößenbegrenzung limitiert und ist aufgrund ihrer geringen Zeitdauer für das geregelte Systemverhalten vernachlässigbar. Aus Gründen der Vollständigkeit soll sie gleichwohl nicht unerwähnt bleiben.

## Szenario 2: Personalverzug

Abbildung 6.4 zeigt die Einteilung des einzigen in diesem Szenario betrachteten Mitarbeiters für unterschiedliche Aufgaben. Seine geplante Auslastung während der Schicht ist hoch, seine Verfügbarkeit gering. In diesem zweiten Störungsszenario wird untersucht, wie sich eine verspätete Arbeitsaufnahme des Mitarbeiters auf die Produktion auswirkt. Seine Aufgabenreihenfolge bleibt dabei unverändert. Im betrachteten Fall beginnt er seine Arbeit mit dem Werkzeugwechsel an Maschine  $M_2$  jedoch 15 Minuten zu spät.

Abbildung 6.11 zeigt die daraus resultierenden Pufferabweichungen. Aufgrund der hohen geplanten Mitarbeiterauslastung kommt es bereits bei einer um 15 min verzögerten Arbeitsaufnahme zu starken Pufferabweichungen. Im Unterschied zu den Pufferzeitverläufen des ersten Szenarios (Abb. 6.8 und Abb. 6.9) wechseln sich in diesem Szenario Ausregelphasen mit starken sprunghaften Änderungen in den Pufferabweichungen ab. Dies ist in der zeitlichen Verschiebung zwischen geplanten und realen Produktions- bzw. Nichtproduktionsphasen begründet. Im ersten Szenario hatten Maschinen nur zu geplant produktiven Phasen die Möglichkeit, fehlende Ausschussteile durch schnelleres Produzieren zu kompensieren. Geplante und tatsächliche Produktionsphasen stimmten überein. Hier treten dagegen Phasen auf, in denen die geregelten Maschinen produzieren, obwohl sie sich bereits im nicht

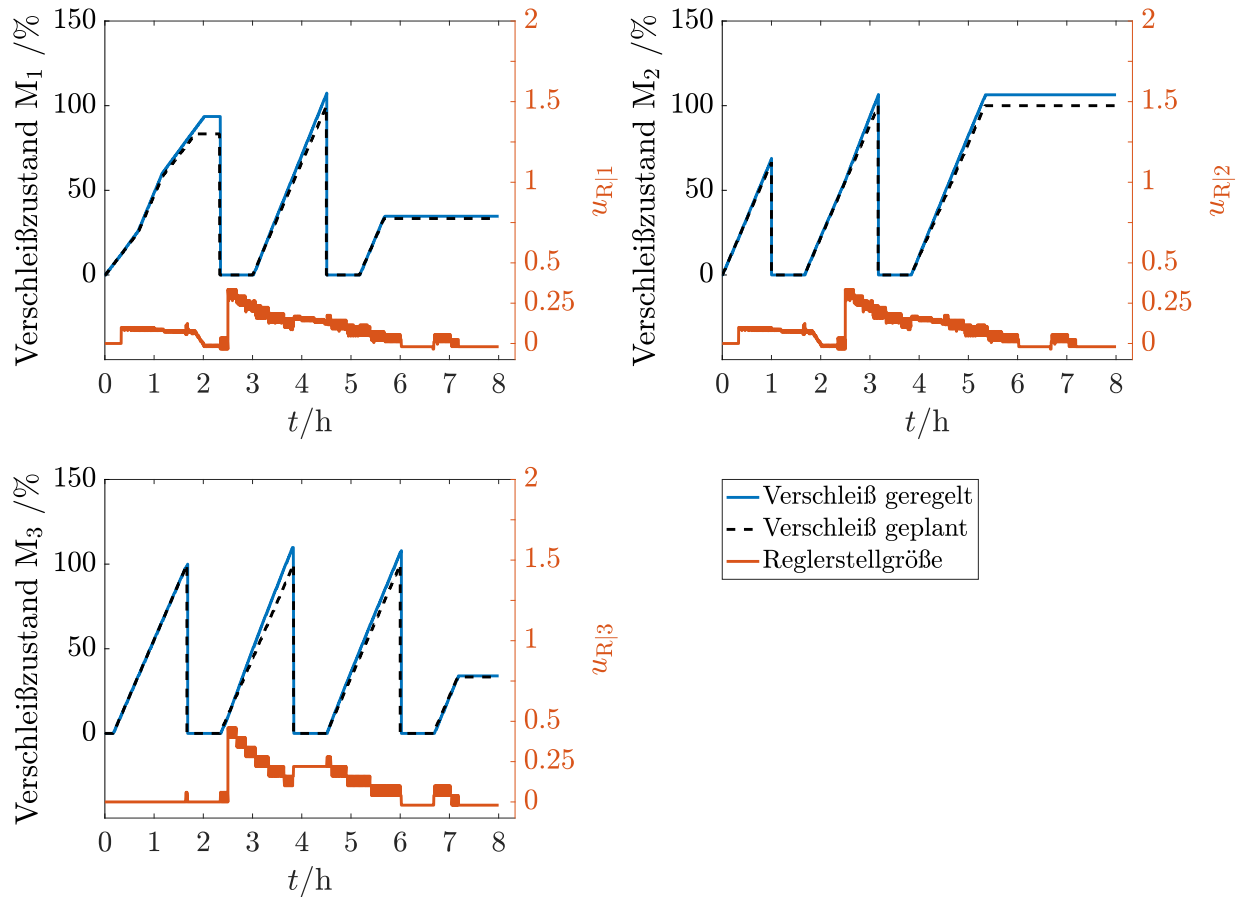


Abbildung 6.10: Abweichende Verschleißzustände der Werkzeuge von Maschinen  $M_1 - M_3$  und dafür ursächliche Reglerstellgrößen zur Nachproduktion der Ausschussteile in Regelszenario 1.

produktiven Werkzeugwechselzustand befinden sollten. Umgekehrt treten auch Phasen auf, in denen Werkzeugwechsel an den geregelten Maschinen noch nicht abgeschlossen sind, obwohl letztere gemäß der geplanten Produktionstrajektorie bereits wieder produzieren sollten. Geplante und tatsächliche Produktionsphasen sind gegeneinander verschoben.

Des weiteren ist festzustellen, dass die Pufferabweichungen am Ende der Produktionsschicht (nahezu) Null sind. In Puffer  $B_2$  befinden sich drei Teile zu viel während diese in Puffer  $B_3$  fehlen. Dies deutet auf einen fehlenden Produktionszyklus von Maschine  $M_3$  hin, der nicht durchgeführt werden konnte, weil  $M_3$  bereits heruntergefahren wurde. Wäre der Regler im Stande, von Mitarbeitern durchgeführte Ereignisse zu beeinflussen, hätte an dieser Stelle eine simple Zeitverzögerung des *Shutdown*-Ereignisses von Maschine  $M_3$  um (je nach Stellgröße) maximal 80 s zur vollständigen Kompensation der 15-Minütigen Verspätung des Mitarbeiters geführt.

Abbildung 6.12 zeigt die zugehörigen Stellgrößen- und Verschleißverläufe. Insbesondere die hohe geforderte Stellgröße von Maschine  $M_3$  ist auffällig. Der entworfene Regler aus dem ersten Regelszenario führt zu Stellgrößenverletzungen, da er lediglich für  $\Delta x = 20$  ausge-

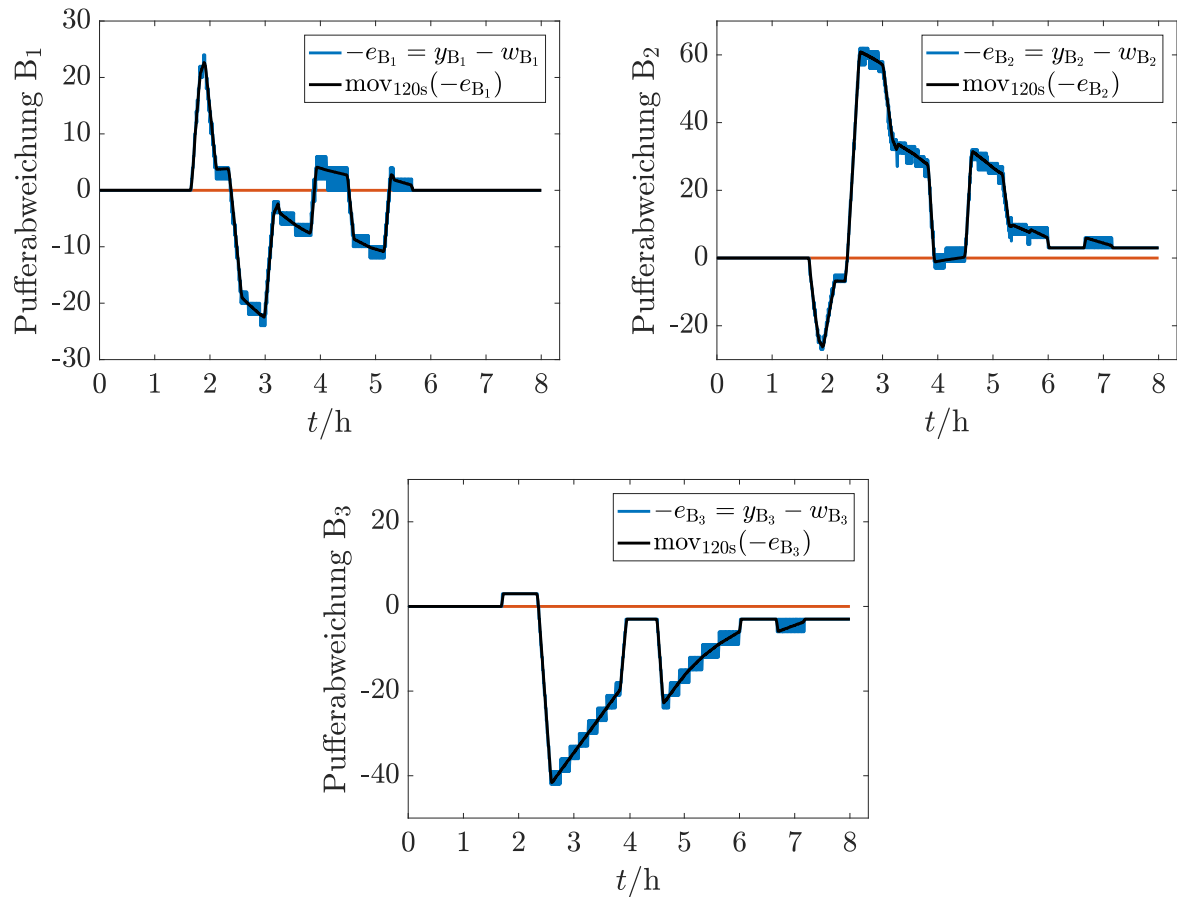


Abbildung 6.11: Abweichungen der Pufferverläufe von den geplanten Verläufen (vgl. Abb. 6.6 links) zu Produktionsszenario mit  $c_k^{B_2} = 0$  für Puffer  $B_1$  (links) und Puffer  $B_2$  (rechts). Der einzig verfügbare Mitarbeiter startete seine Arbeit 15 min verspätet. Neben den Zeitverläufen des realen Systems (blau) sind gleitende Mittelwerte mit einem Zeitfenster von 2 min = 120 s abgebildet.

legt war. Da es in Produktionssystemen (auf dem hier betrachteten Abstraktionsniveau) konstruktionsbedingt nicht zu Instabilitäten im regelungstechnischen Sinne kommen kann, ist die Stellgrößenlimitierung jedoch nicht systemgefährdend. Im ungünstigsten Falle sind Puffer vollständig gefüllt, und es werden keine weiteren Teile aus Maschinen entnommen. Doch wie kann es zu solch hohen Pufferabweichungen kommen? In Abbildung 6.12 ist der Zeitverzug des Mitarbeiters wiederzuerkennen, welcher zu den starken Abweichungen in den Pufferverläufen führt. Aus diesem zeitlichen Offset lässt sich ableiten, dass bei der Planung der Produktionstrajektorien nicht nur Margen für Produktionsgeschwindigkeit und Werkzeugverschleiß sondern auch für die Durchführungszeiten menschlicher Eingriffe in die Produktion eingeplant werden sollten. Im vorliegenden Beispiel kann der Mitarbeiter seinen Verzug lediglich in den für ihn eingeplanten zehnminütigen Pausen zu  $t = 3$  h und  $t = 5$  h 10 min kompensieren, da vor  $t = 1$  h keine Aufgabe und nach  $t = 6$  h + 40 min nur noch das Herunterfahren von  $M_3$  aussteht (vgl. Abb. 6.4).

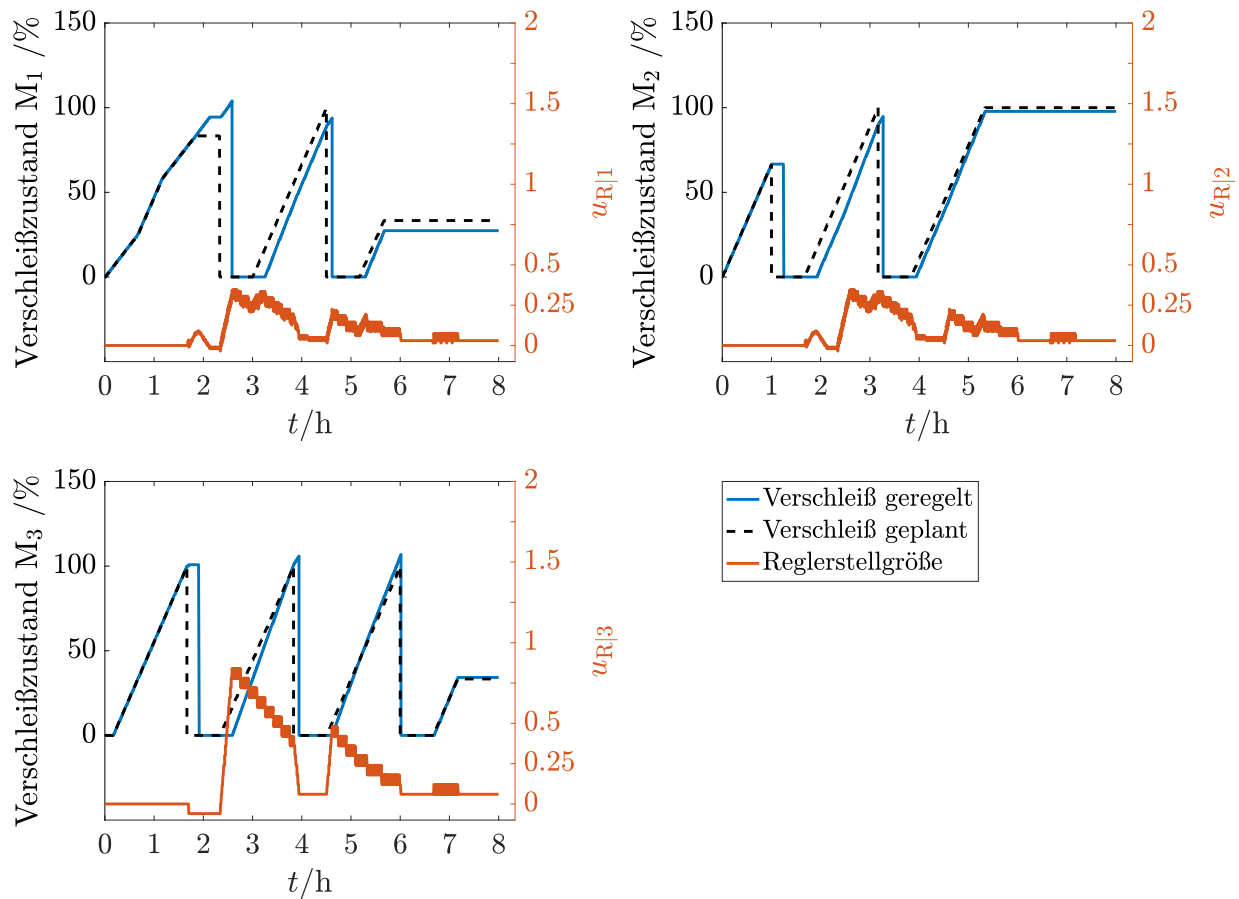


Abbildung 6.12: Abweichende Verschleißzustände der Werkzeuge von Maschinen  $M_1 - M_3$  und dafür ursächliche Reglerstellgrößen zur Kompensation des Mitarbeiterverzugs in Regelszenario 2.

Im Vergleich zum ersten Szenario stellt der Mitarbeiterverzug somit eine deutlich größere Störung dar. Dies ist der hohen geplanten Auslastung des Mitarbeiters sowie den fehlenden Margen für die Zeiträume seiner Tätigkeiten geschuldet, die unmittelbar zur Verzugskompensation hätten genutzt werden können. Der einzige Mitarbeiter stellt eine wesentlich kritischere Ressource dar als die fehlende Teilmenge verfügbarer Werkstücke aus Szenario 1. Seine Abwesenheit schlägt sich unmittelbar in der Verschiebung diskreter Ereignisse nieder, auf die der Regler keine Einflussnahme besitzt.

### 6.1.3 Ergebnisdiskussion und Fazit

Im ersten Szenario wurde gezeigt, dass Störungen, die sich in Abweichungen der Füllstände von Werkstückpuffern niederschlagen, durch den Regler ausgeglichen werden. Dabei ist es unerheblich, ob ihre Ursache in der Ausschussproduktion oder einer geringeren Ausbringungsmenge aufgrund defekter Maschinen liegt. Planabweichungen von Mitarbeiterressourcen besitzen je nach deren Auslastung starken Einfluss auf das Produktionsverhalten. Dass Personalverzug eine drastischere Störung darstellt, lässt sich auch regelungstheoretisch be-

gründen. Der Regler basiert auf einem partiell fluidisierten Systemmodell. Es ist gültig, solange sich das System bei der Ausführung solcher Transitionen befindet, welche durch die T-Invariante beschrieben werden, entlang derer das System fluidisiert wurde. Dies sind (hier) sämtliche für den nominalen Produktionsbetrieb benötigten Maschinentransitionen. Regeleingriffe können ihre Wirkung nur während dieses Nominalbetriebs entfalten. Ist eine Ressourcenstörung derart drastisch, dass es trotz etwaig vorhandener Margen zu einer Ereignisverschiebung und damit zur Verschiebung der tatsächlichen gegenüber den geplanten Produktionsphasen kommt, verliert das Reglermodell in diesen Zeiträumen seine Gültigkeit. Ähnlich prägnant wäre ein Ausschussszenario, in dem Werkstückpuffer gänzlich entleert und nachfolgende Produktionsanlagen gestoppt würden.

Die beiden vorgestellten Störungsszenarien stehen beispielhaft für die Fülle der Einsatzmöglichkeiten, die sich für das Produktionsregelsystem und die darin verwendeten Modelle ergeben. Mangels wissenschaftlichem Mehrwert wird an dieser Stelle auf die Präsentation weiterer Szenarien verzichtet. Dennoch seien nachfolgend einige interessante Fragestellungen aufgezeigt, die mit den entwickelten Algorithmen und Modellen beantwortet werden können:

- Pufferdimensionierung und Personalplanung bei der Auslegung neuer Produktionsnetzwerke
- Zuverlässigere, geregelte Umsetzung bestehender Produktionspläne
- Reaktion auf akute Produktionsaufträge
- Einbezug von Prognosemodellen (Nachfrage, Rohstoffpreise,...) und Wartungsintervallen in die Produktionsplanung

## Fazit

Im Rahmen der Trajektorienplanung können vielfältige Produktionsstrategien angestrebt oder bestehende Produktionspläne als Startlösungen vorgegeben und verbessert werden. Die Verwendung von Branch-and-Price-Algorithmen ermöglicht eine verteilte Trajektorienplanung unter Ausnutzung struktureller Systemeigenschaften bei der Optimierung. Letztere kann durch spezifisch zugeschnittene Problemformulierungen oder den Einsatz domänenabhängiger Heuristiken in ihrer Effizienz gesteigert werden. Eine bewusste Beeinflussung der bei der Optimierung verfügbaren Freiheitsgrade kann durch Wahl der Zeitkonstanten  $\Delta T$  erfolgen. Damit wurde das erste der in Kapitel 2.2 definierten Entwurfsziele adressiert. Zur Kompensation akuter Produktionsstörungen wurde ein Störgrößenregler entworfen. Ihm sollten seitens der Produktionsplanung Regelmargen für die Produktionsgeschwindigkeit, die Werkzeugstandzeit sowie für die Zeiträume von durch Mitarbeiter durchgeführten Aktionen zugestanden werden. Dabei ist stets eine Abwägung zwischen der Berechnung eines im Sinne der Zielfunktion möglichst performanten Produktionsplanes und dessen Einhaltbarkeit durch den Regler in Anwesenheit von Störungen zu treffen. Die Reglerauslegung

kann auf Basis der Analysen in Unterkapitel 5.3.2 und im Rahmen der Zwei-Freiheitsgrade-Regelstrategie unabhängig von der Trajektorienplanung erfolgen, womit auch das zweite und dritte Entwurfsziel aus Kapitel 2.2 erreicht wurden.

Bislang durchgeführte Untersuchungen in diesem Kapitel befassten sich mit dem Einsatz des entwickelten Regelsystems an Produktionsnetzwerken als Beispiel für ereignisdiskrete Multi-Agenten-Systeme. Grundvoraussetzung für diesen Einsatz ist jedoch das Vorhandensein der vom Regelsystem verwendeten Stellgrößen flexibler Maschinen, die zunächst durch unterlagerte Produktionsprozessregelungen bereitzustellen sind. Aus Sicht heutiger Produktionsnetzwerke stellt diese Bereitstellung eine Investitionsentscheidung dar. Weiterhin wirft die Möglichkeit, Produktionsmaschinen derart zu flexibilisieren, im Gespräch mit Produktionsverantwortlichen die Sinnfrage auf, inwiefern langsamere Produktionsgeschwindigkeiten vorteilhaft sein könnten. Hinzu kommt, dass die wirtschaftlichen Vorteile der durch das entwickelte Regelsystem handhabbaren Industrie 4.0 Szenarien aus Kapitel 1.1 oftmals nur unzureichend bezifferbar sind. Aus diesen Gründen werden die entwickelten Produktionsmodelle im nächsten Abschnitt zur Sensitivitätsanalyse eines vielfach verwendeten, auf Stückkosten basierenden Performanzindikators eingesetzt. Im Vordergrund steht die Beantwortung der Frage, unter welchen Bedingungen der Einsatz von Prozessregelungen allein (als Wegbereiter für die überlagerte Produktionsregelung) monetäre Vorzüge birgt.

## 6.2 Wirtschaftlichkeitsbetrachtung

Der Einsatz des entwickelten Produktionsregelsystems erfolgt nicht zum Selbstzweck. Viele der in Kapitel 1 motivierten Anwendungsfälle klingen verheißungsvoll, doch verfolgt die Produktionswirtschaft stets das Ziel, ihre Gewinne bei überschaubarem Risiko zu steigern. Im Fokus heutiger Produktionen steht dabei zumeist die Reduktion der Herstellungskosten pro Teil. Da in der zerspanenden Fertigung bislang keine zu der hier betrachteten ähnliche Möglichkeit zur Abwägung von Ressourceneinsatz und Produktionsgeschwindigkeit existiert, erfolgen Verbesserungen bezüglich dieser Kostenkennzahl zumeist ausschließlich durch Steigerungen der Produktionsgeschwindigkeit. Mit Hilfe der entwickelten Modelle wird dieses Stückkostenmaß nachfolgend einer Sensitivitätsanalyse unterzogen. Diese Analyse kann, unabhängig von dem vorgestellten Produktionsregelsystem, als Entscheidungsgrundlage für den Einsatz von Prozessregelungen herangezogen werden.

Zunächst wird die Kostenfunktion in ihren Bestandteilen vorgestellt und anhand eines Einmaschinensystems bezüglich verschiedener Systemparameter analysiert. Das Einmaschinensystem geht von Idealbedingungen aus, unter denen eine Maschine nicht durch Ressourcenmangel eingeschränkt wird. In komplexeren Produktionsnetzwerken kann insbesondere bezüglich der Personalressourcen nicht von dieser Annahme ausgegangen werden. Darum wird die Sensitivitätsanalyse in einem zweiten Schritt auf die Anzahl eingesetzter Mitarbeiter zur Bedienung mehrerer Maschinen ausgeweitet.

### 6.2.1 Kostenfunktion

Dieser Abschnitt erläutert die einzelnen Komponenten der Kostenfunktion, deren konkrete Parametrierung Tabelle A.1 in Anhang A.4 entnommen werden kann. Sämtliche Parameter wurden vereinfachend für alle Maschinen identisch angesetzt, weshalb die maschinenbezogene Indizierung  $M_j$  im Folgenden weggelassen wird. Wenngleich die gewählten Absolutwerte, sofern nicht anders angegeben, auf Schätzwerten basieren, betrachtet diese Kostenschätzung dennoch die relevanten Einflussfaktoren auf die Produktionskosten. Eine Maschine wird zu einem Preis von  $c_A$  angeschafft und über einen Zeitraum von  $T_{Ab}$  linear abgeschrieben. Weiterhin fallen Kapitalkosten auf das in einer Maschine gebundene Kapital von  $c_{Kap} = p_{Kap} \cdot 0.5 \cdot c_A$  an, wobei  $p_{Kap}$  dem Kapitalkostensatz entspricht. Jährliche Instandhaltungskosten belaufen sich auf  $c_I \in [\underline{p}_I, \bar{p}_I]c_A$  und Kosten für Hilfs- und Verbrauchsmaterial auf  $c_{HV} \in [\underline{p}_{HV}, \bar{p}_{HV}]c_A$ . Diese Kosten sind auf den Anschaffungspreis einer Maschine bezogen. Der Energiepreis betrage  $c_E$  und  $P$  bezeichne die maximale Leistungsaufnahme einer betrachteten Maschine. Weiter verursacht eine Maschine für die für sie bereitzustellende Fläche Flächenkosten von  $c_{Fl}$ . Werkzeugkosten variieren stark in Abhängigkeit der eingesetzten Werkzeuge. Hier werden vereinfachend einheitliche Kosten von  $c_{Tl}$  für jedes Werkzeug angesetzt. Teilverschlissene Werkzeuge verursachen Kosten entsprechend ihres prozentualen Verschleißzustandes. Für jedes in das Produktionsnetzwerk aufgenommene Werkstück fallen darüber hinaus Beschaffungskosten in Höhe von  $c_{Be}$  an. Die Personalkosten für einen Mitarbeiter in Deutschland werden mit  $c_{MA}$  inklusive Zuschlägen für den Dreischichtbetrieb veranschlagt. Schlussendlich wird mit den gemeinsamen Konzernkosten  $p_K$  ein prozentualer Overhead angesetzt. Er enthält Verwaltungskosten und sonstige Kosten, die nicht direkt im Produktionsgeschehen anfallen. In Anhang A.4 sind sämtliche Kostenparameter und die verwendeten Absolutwerte zusammengetragen. Übertragen auf das Simulationsmodell ergeben sich mit der Zeitkonstanten  $\Delta T$  für  $K$  betrachtete Zeitschritte folgende Kostenbestandteile.

**Maschinenkosten:** Für Instandhaltungskosten und Kosten für Hilfs- und Verbrauchsmaterial wird eine lineare Abhängigkeit von der Produktionsgeschwindigkeit unterstellt. Sie fallen an, während sich eine Maschine in ihrem *Work*-Zustand befindet. Die Leistungsaufnahme einer Maschine hängt von ihrem diskreten Zustand ab. Sie wird jeweils konstant mit 45 kW im *Work*-Zustand, 0 kW im *Off*-Zustand, sowie mit 5 kW in allen übrigen Zuständen angesetzt. Dagegen stellen Abschreibungs-, Flächen- und Kapitalkosten Fixkosten bezüglich des Maschinenbetriebs dar. Bezogen auf den  $k$ -ten Zeitschritt der Dauer  $\Delta T$  fallen für eine Maschine  $M_j$  vom Zustand und dem Skalierungsfaktor abhängige Kosten in Höhe von

$$c_{M_j}(u_{M_j}(k), \mathbf{m}_{M_j}(k)) = c_{Ab} + c_{Fl} + c_{Kap} + \begin{cases} 0, & \mathbf{m}_{M_j}(k) \hat{=} O \\ 5 \cdot c_E, & \mathbf{m}_{M_j}(k) \hat{=} \text{sonst} \\ 45 \cdot c_E + \underline{c} + u(\bar{c} - \underline{c}), & \mathbf{m}_{M_j}(k) \hat{=} WK \end{cases}$$



an, wobei  $\underline{c} := \underline{c}_I + \underline{c}_{HV}$  und  $\bar{c} := \bar{c}_I + \bar{c}_{HV}$ . Für  $k = 1, \dots, K$  und  $|\mathcal{M}|$  Maschinen ergeben sich die kumulierten Maschinenkosten für das gesamte Produktionsnetzwerk zu

$$C_M = \Delta T \sum_{j=1}^{|\mathcal{M}|} \sum_{k=1}^K c_{M_j}(\mathbf{m}_{M_j}(k), u_{M_j}(k)). \quad (6.2)$$

**Personalkosten:** Da Mitarbeiter stets für den festen Zeithorizont  $K \cdot \Delta T$  eingesetzt werden, ergeben sich die für  $n_{MA}$  eingesetzte Mitarbeiter Kosten in Höhe von

$$C_{MA} = K \cdot \Delta T \cdot n_{MA} \cdot c_{MA}. \quad (6.3)$$

**Beschaffungskosten:** Beschaffte Rohteile werden im initialen Werkstückpuffer  $B_1$  gelagert. Folglich sind die Beschaffungskosten gemäß

$$C_{Be} = c_{Be} (m_{B_1}(k=1) - m_{B_1}(k=K)). \quad (6.4)$$

proportional zur Anzahl der im betrachteten Zeitraum  $K \cdot \Delta T$  aus  $B_1$  entnommenen Werkstücke.

**Werkzeugkosten:** Die Anzahl durchgeführter Werkzeugwechsel-Transitionen einer Maschine zuzüglich dem anteiligen Verschleiß des aktuell verwendeten Werkzeuges bestimmen die Werkzeugkosten zu

$$C_{TI} = c_{TI} \sum_{j=1}^{|\mathcal{M}|} \left( \sum_{k=0}^K (t_{M_j|TC}(k)) + \frac{m_{M_j|W}}{\bar{m}_{M_j|W}} \right) \quad (6.5)$$

Aus Gründen der Einfachheit wurden hier Einheitskosten für jedes Werkzeug veranschlagt. Damit kann  $c_{TI}$  aus den Summen in (6.5) herausgezogen werden.

**Gesamtkosten:** In heutigen Produktionen werden die Stückkosten als KPI (Key performance indicator) verwendet. Dabei werden die Gesamtproduktionskosten ins Verhältnis zu den produzierten Werkstücken gesetzt. Mit (6.2)-(6.5) ergibt sich

$$J = \frac{(1 + p_K) \cdot (C_M + C_{MA} + C_{TI} + C_B)}{m_{B_{|B|}}(k=K) - m_{B_{|B|}}(k=1)}. \quad (6.6)$$

### 6.2.2 Sensitivitätsanalyse

Nachfolgend wird im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse untersucht, welchen Einfluss von der Produktionsgeschwindigkeit abhängige Parameter auf die Stückkosten (6.6) haben. Da diese Betrachtung stets von der Probleminstanz und dem konkreten Produktionsnetzwerk

abhängt, wird zunächst der Idealfall des nicht durch Ressourcen eingeschränkten Einmaschinensystems untersucht. Im Interesse stehen Parameterkombinationen, für die das vorherrschende Produktionsparadigma maximaler Prozessgeschwindigkeiten im Hinblick auf (6.6) infrage gestellt wird. Dazu wird (6.6) für verschiedene Parameterkombinationen und Produktionsgeschwindigkeiten ausgewertet. Variiert werden der Skalierungsfaktor  $u$ , die maximale Anzahl herstellbarer Teile  $\bar{n}$  und die maximale Prozesszeit  $\bar{p}$ . Konkret wird der Parameterraum  $\mathcal{I}_u \times \mathcal{I}_{\bar{n}} \times \mathcal{I}_{\bar{p}}$  mit  $\mathcal{I}_u = [0, 1]$ ,  $\mathcal{I}_{\bar{n}} = [90, 150]$  und  $\mathcal{I}_{\bar{p}} = [60, 100]$  betrachtet. Dabei wird  $\mathcal{I}_u$  in Schritten zu 0.1 und  $\mathcal{I}_{\bar{n}}$  sowie  $\mathcal{I}_{\bar{p}}$  in Fünferschritten diskretisiert. Alle übrigen Parameter sind Tabelle 6.1a entnommen. Insbesondere wird die Menge minimal fertigbarer Teile  $\underline{n}(u = 1)$ , sowie die zugehörige minimale Prozesszeit  $\underline{p}(u = 1)$  fixiert. Die Parameter aus  $\mathcal{I}_{\bar{p}}$  und  $\mathcal{I}_{\bar{n}}$  werden jeweils für  $u = 0$  angenommen. Für jede Parameterkonstellation aus  $\underline{n}(u = 1)$ ,  $\underline{p}(u = 1)$ ,  $\mathcal{I}_{\bar{p}}$  und  $\mathcal{I}_{\bar{n}}$  werden mit den Werten aus  $\mathcal{I}_u$  jeweils drei aufeinanderfolgende Produktionsschichten (24 h) simuliert. Skalierungsfaktoren wurden dabei (in Abwesenheit der überlagerten Produktionsregelung) konstant gehalten. Somit adressiert die Sensitivitätsanalyse die beiden folgenden Fragen:

- Wie viel werkzeugschonender muss ein langsamer durchgeführter Produktionsprozess sein, damit sich eine Geschwindigkeitsreduktion hinsichtlich (6.6) lohnt?
- Wie viel länger darf ein langsamer durchgeführter Produktionsprozess dauern, damit sich eine Geschwindigkeitsreduktion hinsichtlich (6.6) lohnt?

Abbildung 6.13 zeigt Parametervariationen für die festen Parameter  $\underline{p}(u = 1) = 60$  s und  $\underline{n}(u = 1) = 90$ . Die rechte Farbspalte aller Abbildungen weist für  $u = 1$  dieselben Stückkosten auf. Betrachtet man die Resultate für  $\bar{p} = 60$  s, gilt offenbar  $\bar{p}(u = 0) = \underline{p}(u = 1) = 60$  s. In diesem Extremfall führt eine Variation des Skalierungsfaktors zu keiner Änderung der Prozesszeiten. Eine Kosteneinsparung durch Verringerung des Skalierungsfaktors führt in diesem Fall nicht zu zeitlichen Einbußen. In der Konsequenz sinken die Stückkosten mit abnehmendem Skalierungsfaktor und steigender Anzahl fertigbarer Teile, da geringere Skalierungsfaktoren in diesem synthetischen Fall nicht zu steigenden Prozesszeiten führen. Bei Vergrößerung des Parameters  $\bar{p}(u = 0)$  steigt der durch einen kleineren Skalierungsfaktor realisierte zeitliche Nachteil. Infolgedessen sinkt die Zahl der im betrachteten Zeitraum von 24 h produzierbaren Werkstücke. Die Stückkosten steigen. So ist eine Geschwindigkeitsverringerung in Szenario  $\bar{p}(u = 0) = 100$  s nur dann sinnvoll, wenn die durch langsameres Produzieren geringere Stückzahl durch Verschleißeinsparungen an Werkzeugen kompensiert wird. Dieser Effekt führt sowohl zu geringeren Werkzeugkosten als auch zu anteilig längeren Produktivphasen aufgrund seltenerer Werkzeugwechsel. Je nach Parameterkonfiguration können deshalb mit geringerer Produktionsgeschwindigkeit im gleichen Zeitraum mehr Teile produziert werden. So kann in den Grafiken aus Abbildung 6.13 für gegebenes  $\bar{p}$  zeilenweise abgelesen werden, wie vielen Produktionszyklen ein Werkzeug bei verringerter Prozessgeschwindigkeit standhalten müsste, damit die Abkehr von der maximalen Prozessgeschwindigkeit zu reduzierten Stückkosten führt.

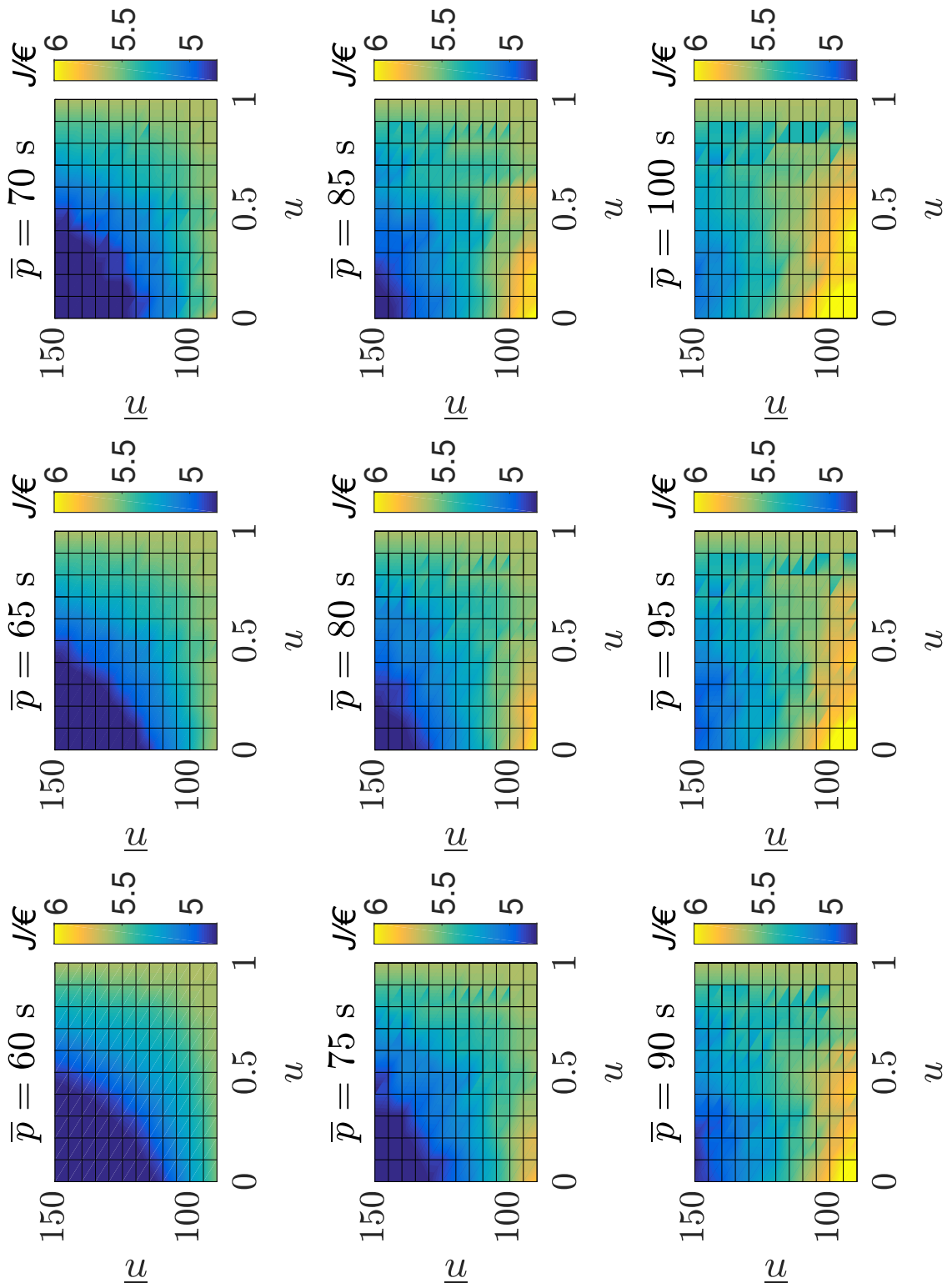


Abbildung 6.13: Sensitivitätsanalyse der Kostenfunktion (6.6) mit  $p(u=1) = 60$  s und  $\bar{n}(u=1) = 90$ .

Die Grafiken aus Abbildung 6.14 zeigen denselben Datensatz wie jene aus Abbildung 6.13. Diesmal wurde der Parameter  $\bar{n}$  in den Einzelgrafiken konstant gehalten und  $\bar{p}$  variiert. Durch erneutes zeilenweises Ablesen kann aus Abbildung 6.14 ermittelt werden, wie lange ein langsamerer Produktionsprozess dauern darf, damit sich bei gegebenem  $\bar{n}$  eine Stückkostenreduktion durch Prozessverlangsamung ergibt. Die Parametrierung der Maschinen des Szenarios aus Kapitel 6.1 entspricht der mittleren Zeile in der mittleren Grafik aus Abbildung 6.13 mit  $\bar{p} = 80$  s und  $\bar{n} = 120$ . Mit diesen Parametern lässt sich eine um 33% größere Werkstückmenge mit einem Werkzeug produzieren, wenn im Gegenzug eine um 33% höhere Prozesszeit (im Vergleich zur minimal möglichen Prozesszeit) in Kauf genommen wird. Selbiges Szenario korrespondiert mit der mittleren Zeile der Auswertung unten links in Abbildung 6.14. Beide Sensitivitätsauswertungen zeigen, dass verringerte Produktionsgeschwindigkeiten die Stückkosten reduzieren können, wenngleich es sich um ein Szenario mit ausgeglichener Parametrierung handelt.

Darüber hinaus ist zu bedenken, dass die Sensitivitätsbetrachtungen der Abbildungen 6.13 und 6.14 auf Basis eines Einmaschinenmodells durchgeführt wurden, das keinen Ressourcenbeschränkungen unterliegt. Dies ist dem Gütemaß (6.6) in höchstem Maße zuträglich, da sämtliche Ressourcen (Mitarbeiter und Werkstücke) die Realisierung der maximalen Ausbringungsmenge ermöglichen, ohne dabei die Kostenseite mehr als nötig zu beeinträchtigen. Ein Mitarbeiter verursacht für seinen gesamten Einsatzzeitraum Kosten, die unabhängig von den durch ihn durchgeführten Tätigkeiten sind. Beschaffungskosten fallen nur auf tatsächlich verarbeitete Rohteile an. Weiterhin wurde die Produktionsgeschwindigkeit im Rahmen der Sensitivitätsbetrachtung für den gesamten Zeitraum konstant gehalten. In komplexeren Netzwerken, in denen naturgemäß Ressourcenkonflikte auftreten, ist eine dynamische Anpassung der maschinenindividuellen Produktionsgeschwindigkeiten von umso größerem Vorteil. Dasselbe gilt für Produktionskonzepte, deren oberstes Ziel nicht die Maximierung der Ausbringungsmenge ist. Unter sich verändernden Rahmenbedingungen (variable Rohstoffpreise, veränderliche Lagerkosten, schwankende Nachfrage, Just-in-time-Produktion) können sich Ziele als erstrebenswert herausstellen, die mit einem für (6.6) optimierten Produktionsverhalten nur unzureichend erreicht werden.

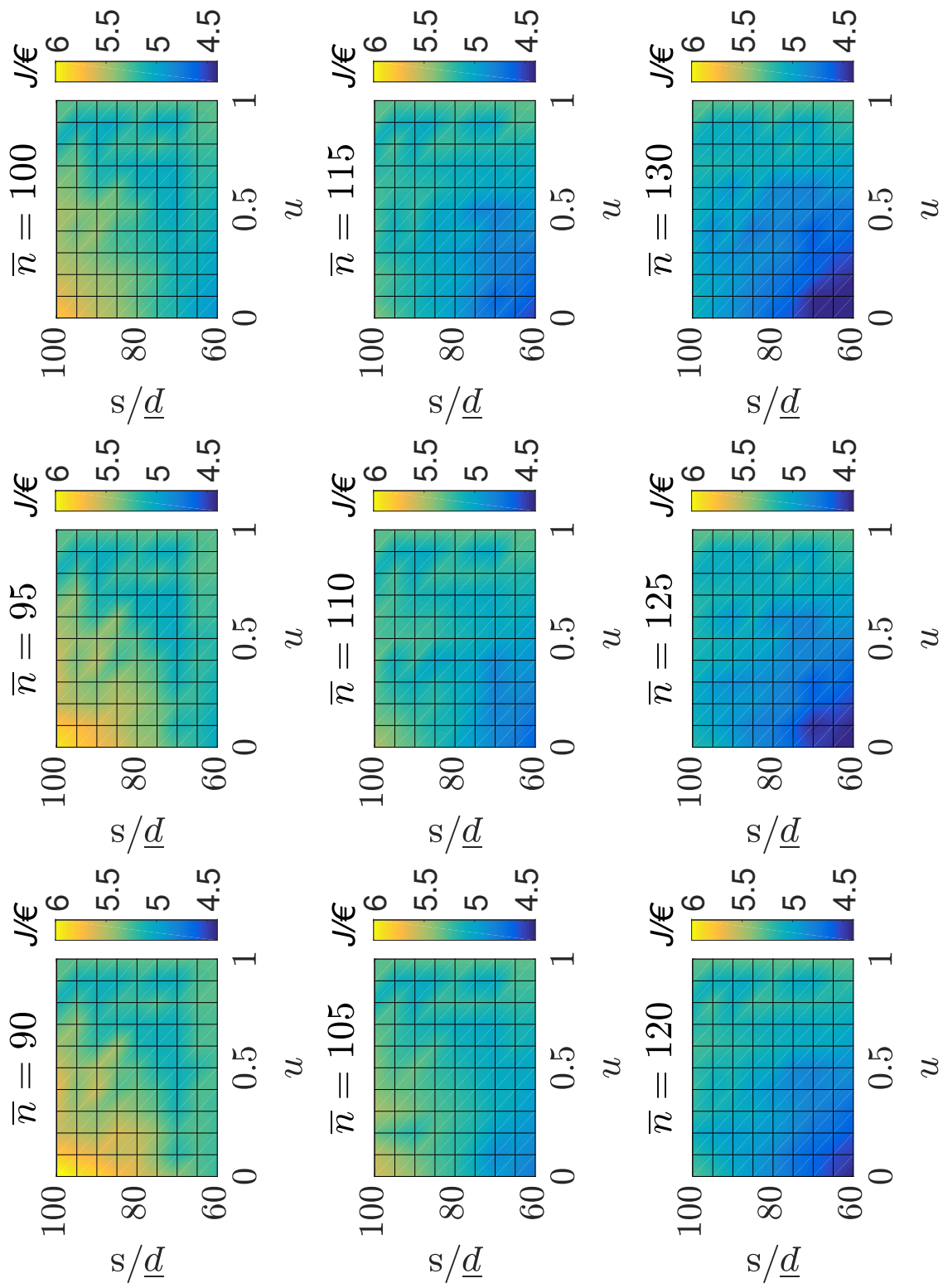


Abbildung 6.14: Sensitivitätsanalyse der Kostenfunktion (6.6) mit  $p(u=1) = 60$  s und  $\bar{n}(u=1) = 90$ .

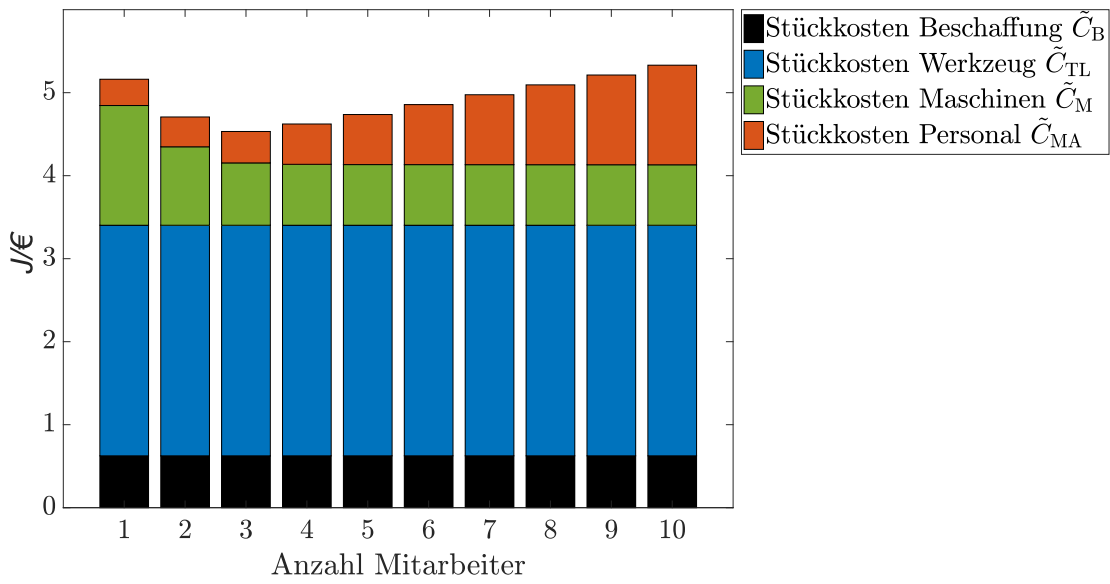


Abbildung 6.15: Zusammensetzung der Kostenfunktion (6.6) für ein Netzwerk mit zehn gemäß Tabelle 6.1a parametrisierten Maschinen bei maximaler Produktionsgeschwindigkeit.

Das bisher betrachtete Einmaschinensystem ist insofern idealisiert, als dass sich in der Realität mehrere Maschinen Mitarbeiterressourcen teilen müssen. Der daraus resultierende Einfluss auf die Stückkosten wird im Folgenden untersucht. Die gemäß (6.6) optimale Anzahl von Mitarbeitern hängt stark vom konkreten Produktionssystem und dessen Parametern ab. Neben der in Kapitel 6.1 betrachteten Linienstruktur ist der Spezialfall ausschließlich parallel arbeitender Maschinen relevant. Im Folgenden wird ein System aus zehn parallel arbeitenden Maschinen betrachtet. Jede Maschine besitzt die Parametrierung aus Tabelle 6.1a. Abbildung 6.15 zeigt die Zusammensetzung der Stückkosten (6.6) in Abhängigkeit von der Anzahl eingesetzter Mitarbeiter. Die einzelnen Kostenbestandteile ergeben sich aus den Summanden von (6.6) gemäß

$$\tilde{C}_\xi = \frac{(1 + p_K)}{m_{B|B|}(k = K) - m_{B|B|}(k = 1)} \cdot C_\xi, \quad (6.7)$$

wobei  $\xi$  Platzhalter für die entsprechenden Indizes von Beschaffungs-, Werkzeug-, Maschinen- und Personalkosten ist. Damit kann (6.6) mit (6.7) als  $J = \tilde{C}_M + \tilde{C}_{MA} + \tilde{C}_{TL} + \tilde{C}_B$  geschrieben werden. Beschaffungskosten sind per Definition eine stückbezogene Größe. Folglich sind sie in Abbildung 6.15 konstant. Aufgrund der genauen Erfassung auch teilweise verschlissener Werkzeuge sowie der konstant maximalen Produktionsgeschwindigkeit ist  $\tilde{C}_{TL}$  ebenfalls konstant. In der gewählten Parametrierung sorgt die in Relation zu ihren Kosten geringe Haltbarkeit der Werkzeuge für einen großen Stückkostenblock. Dies erklärt auch, weshalb die Abbildungen 6.13 und 6.14 eine Vielzahl von Parameterkombinationen zeigen, in denen Werkzeugschonung durch langsames Produzieren vorteilhaft ist. Die Entwicklung der Lohnstückkosten  $\tilde{C}_{MA}$  verhält sich mit steigendem Personaleinsatz gegenläufig zu den stückbezogenen Maschinenkosten  $\tilde{C}_M$ . Bezüglich (6.6) ist der Einsatz von drei Mitarbeitern in diesem Szenario optimal. Abbildung 6.16 zeigt die Menge produzierter Teile abhängig

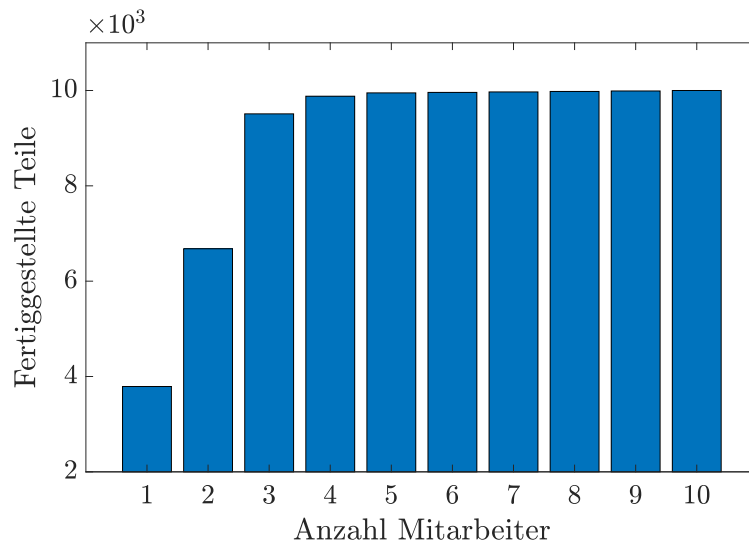


Abbildung 6.16: Anzahl produzierbarer Werkstücke in Abhängigkeit der Anzahl eingesetzter Mitarbeiter in einem Netzwerk mit zehn gemäß Tabelle 6.1a parametrisierten Maschinen bei maximaler Produktionsgeschwindigkeit.

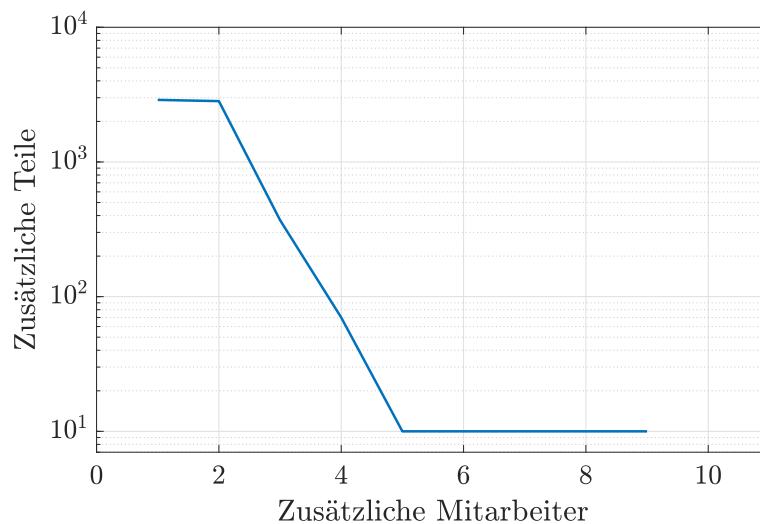


Abbildung 6.17: Änderung (zusätzlich) produzierbarer Werkstücke in Abhängigkeit zusätzlich (zu einem einzelnen Mitarbeiter) eingesetzter Mitarbeiter in einem Netzwerk mit zehn gemäß Tabelle 6.1a parametrisierten Maschinen bei maximaler Produktionsgeschwindigkeit.

von der Anzahl eingesetzter Mitarbeiter. Jeder zusätzliche Mitarbeiter sorgt für eine Steigerung der Produktionsmenge. Jedoch nimmt die Steigerung produzierter Teile mit jedem zusätzlichen Mitarbeiter ab. Diese Abnahme erfolgt exponentiell und ist in Abbildung 6.17 logarithmisch aufgetragen. Den Ausgangspunkt bildet der Einsatz von einem Mitarbeiter. Die ersten beiden zusätzlichen Mitarbeiter erhöhen die produzierte Teilemenge jeweils um 2890 bzw. 2830 während ein dritter bzw. vierter zusätzlicher Mitarbeiter lediglich eine Steigerung der Ausbringungsmenge um 370 bzw. 70 Werkstücke ermöglichen.

## 7 Zusammenfassung, Fazit und Ausblick

### Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war die Erforschung einer Methodik zur systematischen Planung und Regelung flexibler Produktionsnetzwerke. Abbildung 7.1 zeigt den dazu verfolgten interdisziplinären Lösungsweg. In jedem Kapitel wurde ein Beitrag zur Erreichung dieser Ziele geleistet und auf diese Weise eine Methodik zur Regelung ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme (MADES) am Beispiel flexibler Produktionsnetzwerke vorgestellt. Sie geht aus der Verbindung von auf den ersten Blick unvereinbaren Konzepten aus den Domänen *Produktionstechnik*, *Systemtheorie*, *Informatik* und *Operations Research* hervor. Eine schrittweise Zusammenfassung erfolgt entlang der Struktur aus Abbildung 7.1 in den folgenden sechs Absätzen.

Produktionsnetzwerke bestehen aus miteinander verkoppelten Produktionsmaschinen, die ihrerseits eine ereignisdiskrete Systemdynamik aufweisen. Produktionsmaschinen sind insofern flexibel, als dass ihre Produktions(prozess)geschwindigkeiten auf Kosten eines gesteigerten Ressourcenverbrauchs erhöht werden können. Grundlegend wird angenommen, dass eine unterlagerte Prozessregelung physikalische Prozessgrößen innerhalb vorgegebener Qualitätsschranken hält. Einzelne Maschinen sind durch gemeinsam genutzte Ressourcen wie Werkstücke oder Mitarbeiter vernetzt. Daraus folgt die produktionstechnische Fragestellung, inwieweit sich die Flexibilität maschinenindividueller Abwägungen zwischen Ressourcenverbrauch und Produktionsgeschwindigkeit nutzen lässt, um Netzwerke aus Pro-

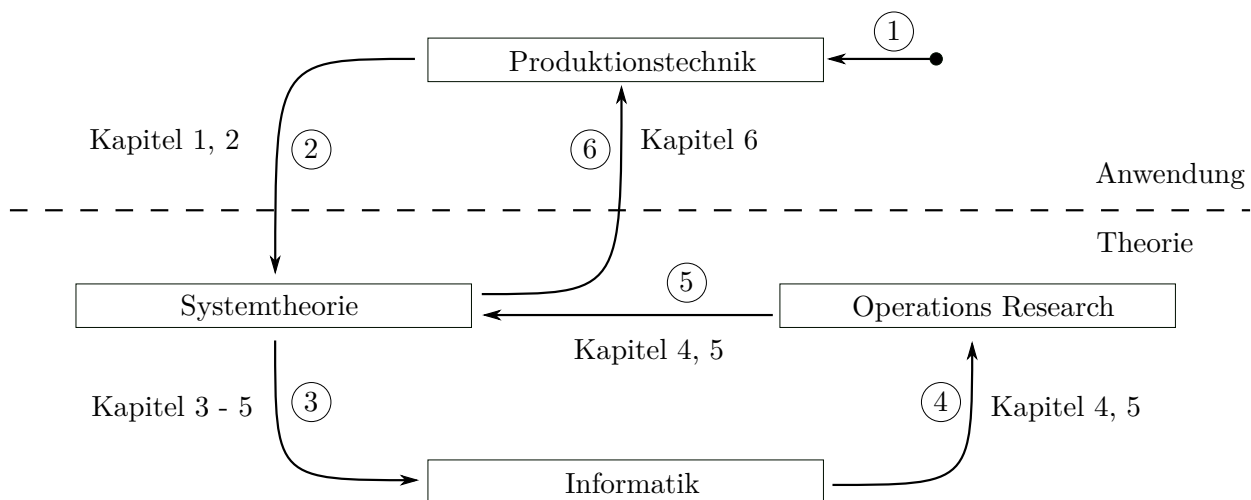


Abbildung 7.1: Übersicht des Problemlösungsweges nach Kapiteln und Fachdisziplinen.



duktionsmaschinen gegenüber Störungen zu regeln und zukünftige Produktionsabläufe zu optimieren.

Zur Beantwortung dieser Frage und für die Umsetzung in einem Regelsystem wurde eine Zwei-Freiheitsgrade-Regelkreisstruktur gemäß Abbildung 7.2 gewählt. Sie besitzt klar definierte Schnittstellen zwischen Führungs- und Störverhalten (Produktionsplanung und -regelung) und ist damit kompatibel mit der vorherrschenden Aufgabenteilung innerhalb moderner Produktionen. Die Zwei-Freiheitsgrade-Regelkreisstruktur ermöglicht zudem den Einsatz zweckangepasster Modelle für Planung und Regelung.

Der Stand von Wissenschaft und Forschung wurde von kontinuierlich zeitgetriebenen Systemmodellen über hybride und zeitbewertete Modelle bis hin zu rein ereignisdiskreten Modellierungskonzepten aufbereitet. Dies ermöglichte die Auswahl von aus der Informationstechnik stammenden Petri-Netzen zur mathematischen Abbildung von Ressourcenkonflikten zwischen ereignisdiskreten Agenten. Petri-Netze ermöglichen eine kompositionelle Modellierung von MADES im Allgemeinen und Produktionsnetzwerken im Speziellen. Zeitinformationen werden durch Einführung von Transitionszeiten und Subzuständen berücksichtigt. Maschinen können durch entsprechende Verkopplung mit gemeinsam genutzten Produktionsressourcen zu beliebigen Netzwerken verschaltet werden. Die vorgestellte Modellierung beschreibt ausgewählte Interaktionen innerhalb der betrachteten Produktionssysteme und beschränkt sich auf Personal- und Werkstückressourcen. Für konkrete Problem instanzen können weitere oder andere Ressourcen sowie Ressourcen-Verbraucher-Interaktionen auf gleichem Wege berücksichtigt und Modellanpassungen durchgeführt werden. Netzmatrizen der resultierenden MADES besitzen eine charakteristische, berandete Blockdiagonalstruktur.

Für die Systemklasse ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme auf Basis von Petri-Netzen wurden lose verkoppelte Trajektorienplanungsprobleme formuliert. Die resultierenden ganzzahligen linearen Programme weisen dieselbe berandete Blockdiagonalstruktur auf, wie die Netzmatrix der zugrundeliegenden MADES. Diese Problemstruktur ermöglicht den Einsatz von in der Operationsforschung verbreiteten Branch-and-Price-Algorithmen, die eine verteilte Trajektorienplanung erlauben.

Konzepte zur Regelung ereignisdiskreter Systeme ohne Optimierungskomponente zielen lediglich auf die Vermeidung verbotener Systemzustände ab. Im Rahmen einer 2DoF-Strategie ist es jedoch Aufgabe des Reglers, das System im Falle von Abweichungen aktiv auf die vorgesteuerte Referenztrajektorie zurückzuführen. Um regelungstheoretische Entwurfskonzepte anwenden zu können, wurde ein vereinfachtes Synthesemodell hergeleitet. Es basiert auf dem ereignisdiskreten Planungsmodell und wurde durch (partielle) Fluidisierung gewonnen. Dabei wurden ausschließlich solche Plätze fluidisiert, die gedächtnisbehaftete Speicherinformationen im Sinne der Regelungstheorie modellieren und eine aussagekräftige Messbarkeit durch die euklidische Abstandsmetrik zulassen. Das resultierende Zustandsraummodell kann zum Entwurf eines Störgrößenreglers mit Verfahren der klassischen Regelungstheorie verwendet werden.

Das Zusammenwirken der Regelkreiskomponenten wurde an einem Beispielsystem demonstriert. Für den praktischen Einsatz des Regelsystems wird die Vorgabe einer Zielfunktion für die Trajektorienplanung benötigt. Im Rahmen der Planung sollten Regelmargen für Produktionsgeschwindigkeit, Werkzeugverschleiß und für Zeiträume von Mitarbeiteraktionen bedacht werden. Die Dimensionierung der Regelmargen ermöglicht eine Abwägung zwischen der Performanz eines Produktionsplanes und seiner Einhaltung durch den Regler in Anwesenheit von Störungen. Weiterhin wurde die Sensitivitätsanalyse eines Stückkostenmaßes durchgeführt. Dabei standen Stückkostenveränderungen in Abhängigkeit von durch die Produktionsgeschwindigkeit beeinflussbaren Parametern und der Menge des eingesetzten Mitarbeiterpersonals im Fokus. Die Analyse ermöglicht eine Aussage, unter welchen Systemgegebenheiten die Flexibilisierung von Maschinen durch Prozessregelungen als Grundlage für das entwickelte Produktionsregelsystem wirtschaftlich ist.

## Fazit

Die vorgestellte Methodik ermöglicht die systematische Planung und Regelung ereignisdiskreter Multi-Agenten-Systeme. Ihre Einsatzmöglichkeiten wurden am Beispiel flexibler Produktionsnetzwerke demonstriert, sind jedoch auf beliebige ereignisdiskrete Ressourcen-Verbraucher-Systeme übertragbar. Der hohe Grad an Problemunabhängigkeit ist Vor- und Nachteil zugleich. Insbesondere für die Trajektorienplanung ist die vorgestellte Modellierung von Produktionsnetzwerken als generisches Grundmodell zu verstehen, von dem aus eine Vielzahl problemspezifischer Systemmodelle abgeleitet werden kann. Das eingesetzte Branch-and-Price-Verfahren ermöglicht eine verteilte Trajektorienplanung. Es nutzt bislang lediglich strukturelle Systeminformationen. Darüber hinaus kann der Einsatz problemspezifischer Heuristiken angedacht werden, um die Suche im Branch-and-Bound-Baum zielgerichteter und effizienter durchzuführen.

Der Zwei-Freiheitsgrade-Regelungsansatz bildet in dieser Arbeit das methodische Grundgerüst zur Integration diskreter Scheduling-Aufgaben mit klassischer Regelungstechnik und damit gemäß Abbildung 7.2 auch zur Integration der unteren Ebenen der Automatisierungspyramide im Kontext der Produktionswirtschaft. Ein mit Bedacht durchgeführter Fluidisierungsprozess erlaubt die Ableitung kontinuierlicher Reglerentwurfsmodelle für die Steuerungsebene von den diskreten Planungsmodellen der Leitebene. Die eigentliche Integration erfolgt durch Kompetenzverschiebungen zwischen diesen konsistenten Modellen. So können der Steuerungsebene Zugeständnisse in Form von Regelmargen seitens der Leitebene gemacht werden. Sie definieren den zur Verfügung stehenden Freiraum der Steuerungsebene, im Rahmen dessen diese den ansonsten festgelegten Produktionsplan umzusetzen hat.

Die Flexibilität der betrachteten Produktionsnetzwerke basiert auf der Grundannahme geregelter Produktionsprozesse. Unter dieser Voraussetzung wurde die Realisierbarkeit typischer Industrie 4.0 Vernetzungsszenarien durch das vorgestellte Regelsystem demonstriert. Abseits ihrer technischen Machbarkeit geht die Bereitstellung geregelter Produktionsprozesse jedoch

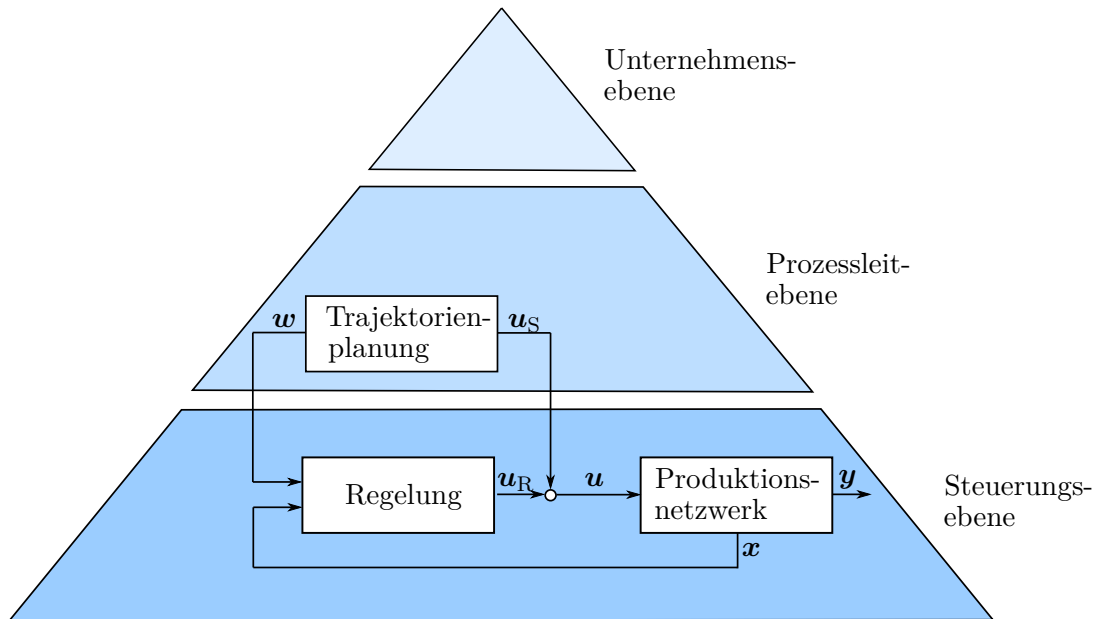


Abbildung 7.2: Der Zwei-Freiheitsgrade-Regelkreis verbindet Steuerungs- und Prozessleitebene der Automatisierungspyramide und ermöglicht gleichzeitig eine getrennte Produktionsplanung und -regelung. Beide Tätigkeiten sind auf verschiedenen Ebenen der Automatisierungspyramide angesiedelt und werden von unterschiedlichem Personal durchgeführt.

mit Investitionsrisiken einher. Gleichzeitig ist der finanzielle Mehrwert vielversprechender Möglichkeiten der digitalen Vernetzung und Industrie 4.0 oft ungewiss. Als Wegbereiter für die zugrundeliegende Prozessregelung wurden die entwickelten Modelle zur Sensitivitätsanalyse eines auf Stückkosten basierenden und heute vielfach verwendeten Performanzindikators eingesetzt. Je nach Parameterausgestaltung stellt diese Analyse das vorherrschende Paradigma maximaler Produktionsgeschwindigkeiten in Frage. Dies gilt insbesondere unter Einbezug nichtkonstanter Rohstoffpreise, der Erwartung solcher und bei der Verfolgung alternativer Produktionskonzepte wie der Just-in-time-Produktion.

## Ausblick

Die vorliegende Arbeit setzt an der Schnittstelle unterschiedlicher Fachdisziplinen an. Infolgedessen erstrecken sich weitere Forschungsmöglichkeiten in jedes der einzelnen Fachgebiete. Zur Überzeugung des Autors lassen sich immer komplexer werdende, domänenübergreifende Problemstellungen nur an eben diesen Schnittstellen lösen. Abbildung 7.1 zeigt, dass die Systemtheorie das wichtigste Bindeglied hierzu darstellt. Die nachstehend aufgezeigten Forschungsbedarfe zielen deshalb auf eine weitere Zusammenführung informations- und regelungstechnischer Herangehensweisen.

Im Rahmen der vorgestellten Regelstrategie wird die Ressourcenallokation von einer Planungseinheit durch die Festlegung diskreter Produktionsereignisse determiniert. Somit beschränkt sich ihre Integration mit dem Störgrößenregler auf die Planumsetzung durch Stel-

leingriffe im Rahmen der dafür vorgesehenen Regelmargen, während diskrete Ereignisse (sofern möglich) stets plangemäß ausgeführt werden. Diese Regelmargen verfallen ungenutzt, sofern sie nicht benötigt werden. Beispielsweise vergeudet ein planmäßiger Werkzeugwechsel die Verschleißmarge eines Werkzeuges, sofern diese nicht durch Regeleingriffe beansprucht wurde. Sieht man aufgrund des hohen Rechenaufwandes zur Lösung ganzzahliger Programme von modellprädiktiven Regelungskonzepten ab, wird weiterer Forschungsbedarf in der gezielten Beeinflussung diskreter Ereignisse durch den Regler gesehen. Die Erzeugung und das Löschen von Ereignissen ermöglichen insbesondere deren zeitliche Verschiebung. Derartige Eingriffe durch den Regler können als (lokale) Umplanung angesehen werden. Die Ermächtigung des Reglers, derartige Umplanungen durchzuführen, verstärkt seine Integration mit der Planungseinheit und wirft weitere Fragen auf:

- Unter welchen Bedingungen sind lokale Umplanungen durch den Regler möglich, ohne dass sie den Gesamtplan unzulässig machen?
- Ein Produktionsziel ist im vorgegebenen Zeithorizont nicht mehr erreichbar. Gibt es alternativ anzustrebende Regelziele?
- Wie groß sollte die „lokale“ Umplanungsbefugnis des Reglers sein?

Es ist zu vermuten, dass Online-Umplanungen durch den Regler die Gesamtplanung solange nicht unzulässig machen, wie sie zu keinen Ressourcenkonflikten führen und die (kausale) Reihenfolge geplanter Produktionsereignisse nicht verändert wird. So war im präsentierten Beispiel aus Kapitel 6.1.2 das Herunterfahren einer Maschine die letzte durchzuführende Tätigkeit eines Mitarbeiters. Die zeitliche Verschiebung des zugehörigen Ereignisses hätte die Gesamtplanung daher nicht beeinträchtigt. Während das planmäßige aber störungsbedingt zu frühe Herunterfahren der Maschine in diesem Szenario zu einer Zielverfehlung führte, hätte die Verzögerung des *Shutdown*-Ereignisses um die Zeitspanne eines einzelnen Produktionszyklus zum vollständigen Störungsausgleich ausgereicht.

# Anhang

## A.1 Unterschied MADES und relaxierte MADES aus [2]

Den in [2] verwendeten Bedingungen zur Berechnung der Menge aktiver Transitionen liegen die folgenden Gedanken zugrunde. Die Netzwerkplätze aus Theorem 4.1 stellen gemeinsam genutzte Ressourcen dar. Werden keine Ressourcentransportzeiten berücksichtigt, muss es möglich sein, dass Agenten gemeinsame Ressourcen allokalieren können, unmittelbar nachdem diese zur Verfügung stehen. Die Bestimmung von  $\mathcal{T}_{\text{active}}$  über (4.3) verhindert jedoch die unmittelbare Ressourcenübergabe zwischen Agenten. Stattdessen kann ein Agent im  $k$ -ten Ereignisschritt nur Ressourcen (oder freie Ressourcenkapazitäten) allokalieren, die bereits zu  $k - 1$  verfügbar wurden.

Deshalb wird der erste Teil von (4.3) für die Netzwerkplätze  $\mathbf{m}_N$  in (A.1) um die Berücksichtigung erst zum Ereignisschritt  $k$  frei werdender Ressourcen  $\sum_{i=1}^{|\mathcal{A}|} \mathbf{N}_{N_i}^+ \mathbf{t}_{A_i}(k)$  relaxiert

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_N(k) - \sum_{i=1}^{|\mathcal{A}|} \mathbf{N}_{N_i}^- \mathbf{t}_{A_i}(k) + \sum_{i=1}^{|\mathcal{A}|} \mathbf{N}_{N_i}^+ \mathbf{t}_{A_i}(k) &\geq \mathbf{0} \\ \mathbf{m}_N(k) + \underbrace{\sum_{i=1}^{|\mathcal{A}|} (\mathbf{N}_{N_i}^+ - \mathbf{N}_{N_i}^-) \mathbf{t}_{A_i}(k)}_{\mathbf{N}_N \mathbf{t}(k)} &\geq \mathbf{0} \\ \mathbf{m}_N(k+1) &\geq \mathbf{0}. \end{aligned} \tag{A.1}$$

Nachstehend wird Forderung (A.1) für Agenten nach Definition 4.2 betrachtet. Es wird gezeigt, dass Annahme 4.1 verhindert, dass sich die Relaxierung, die für Netzwerkplätze eingeführt wurde, auf Agenten überträgt. Für einen Agenten  $A_i \in \mathcal{A}$  resultiert Ungleichung (A.1) in

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{A_i}(k+1) \geq \mathbf{0} &\Leftrightarrow \mathbf{m}_{A_i}(k) - \mathbf{N}_{A_i}^- \mathbf{t}_{A_i}(k) + \mathbf{N}_{A_i}^+ \mathbf{t}_{A_i}(k) \geq \mathbf{0} \\ &\Leftrightarrow \mathbf{m}_{A_i}(k) - \mathbf{N}_{A_i}^- \mathbf{t}(k) \geq \mathbf{0}. \end{aligned} \tag{A.2}$$

Aufgrund der Schleifenfreiheit nach Definition 4.2 sind die Einträge von  $\mathbf{N}_{A_i}^-$  und  $\mathbf{N}_{A_i}^+$  disjunkt zu einander. Zusammen mit  $|\mathbf{t}(k)| = 1$  aus Annahme 4.1 verhindert dies, dass  $\mathbf{N}_{A_i}^+ \mathbf{t}_{A_i}(k)$  die Markierung an Stellen erhöht, denen  $-\mathbf{N}_{A_i}^- \mathbf{t}_{A_i}(k)$  Tokens entzieht. Damit sind insbesondere die letzten beiden Forderungen aus (A.2) zur Bestimmung von  $\mathcal{T}_{\text{active}}$  äquivalent, weshalb  $\mathbf{m}(k) \geq \mathbf{N}^- \mathbf{t}(k)$  aus (4.3) durch  $\mathbf{m}(k+1) \geq \mathbf{0}$  ersetzt werden kann.

Dem analogen Argumentationsweg mit

$$\bar{\mathbf{m}}_N \geq \mathbf{m}_N(k) + \sum_{i=1}^{|\mathcal{A}|} \mathbf{N}_{N_i}^+ \mathbf{t}_{A_i}(k) - \sum_{i=1}^{|\mathcal{A}|} \mathbf{N}_{N_i}^- \mathbf{t}_{A_i}(k) \geq \mathbf{0} \Leftrightarrow \bar{\mathbf{m}}_N \geq \mathbf{m}_N(k+1) \tag{A.3}$$

und

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{m}}_{A_i} \geq \mathbf{m}_{A_i}(k+1) &\Leftrightarrow \bar{\mathbf{m}}_{A_i} \geq \mathbf{m}_{A_i}(k) + \mathbf{N}_{A_i}^+ \mathbf{t}_{A_i}(k) - \mathbf{N}_{A_i}^- \mathbf{t}_{A_i}(k) \\ &\Leftrightarrow \bar{\mathbf{m}}_{A_i} \geq \mathbf{m}_{A_i}(k) + \mathbf{N}_{A_i}^+ \mathbf{t}(k)\end{aligned}\quad (\text{A.4})$$

folgend kann der zweite Teil von (4.3) für Netzwerkplätze um  $-\sum_{i=1}^{|A|} \mathbf{N}_{N_i}^- \mathbf{t}_{A_i}(k)$  relaxiert werden. Dies erlaubt eine Abgabe von Tokens in Netzwerkplätze und deren unmittelbare Reallokation im selben Ereignisschritt. Nach (A.3), (A.4) kann auch der zweite Teil von (4.3) durch  $\bar{\mathbf{m}} \geq \mathbf{m}(k+1)$  ersetzt werden.

**Fazit** Der auf allgemeinen Petri-Netzen (vgl. Abschnitt 4.1.1) basierende Modellierungsformalismus für MADES (vgl. Abschnitt 4.1.2) wurde in [2] relaxiert, um eine instantane Reallokation frei werdender Ressourcen zu ermöglichen. Sie ist für das Plätzetauschen der Agenten im Simulationsbeispiel aus [2] nötig. Dazu wurde der Zusammenhang zur Bestimmung der Menge aktiver Transitionen (4.3) für MADES nach Definition 4.4 unter Annahme 4.1 durch

$$\mathcal{T}_{\text{active}}(\mathbf{m}(k)) = \left\{ \mathbf{t}(k) \in \mathbb{N}_0^{|\mathcal{T}|} \mid \mathbf{0} \leq \mathbf{m}(k) + \mathbf{N}\mathbf{t}(k) \leq \bar{\mathbf{m}} \right\} \quad (\text{A.5})$$

ersetzt.

## A.2 Mathematische Zusammenhänge

### A.2.1 Adjazenzmatrix gerichteter Graphen

Die Adjazenz- oder Nachbarschaftsmatrix eines gerichteten Graphen  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$  mit der Knotenmenge  $\mathcal{V}$ , der Kantenmenge  $\mathcal{E}$  und optionalen Kantengewichten  $w_{i,j}$  ist eine  $(|\mathcal{V}| \times |\mathcal{V}|)$ -Matrix  $\mathbf{A} = (a_{i,j})$  mit

$$a_{i,j} = \begin{cases} w_{i,j} & \text{falls } \nu_i \xrightarrow{w_{i,j}} \nu_j \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

Existiert eine Kante von Knoten  $\nu_i$  zu Knoten  $\nu_j$ , so wird dem Element  $a_{i,j}$  der Adjazenzmatrix das zugehörige Kantengewicht  $w_{i,j}$  zugewiesen. Andernfalls gilt  $a_{i,j} = 0$ . Die Knotenmenge  $\mathcal{V}$  bipartiter Graphen lässt sich so in zwei disjunkte Knotenmengen  $\mathcal{V}_A$ ,  $\mathcal{V}_B$  partitionieren, dass zwischen Knoten innerhalb von  $\mathcal{V}_A$  bzw.  $\mathcal{V}_B$  keine Kanten existieren. Auf Basis der sortierten Knotenmenge  $\mathcal{V} = \{\nu_{A,1}, \dots, \nu_{A,|\mathcal{V}_A|}, \nu_{B,1}, \dots, \nu_{B,|\mathcal{V}_B|}\}$  gilt für die Diagonalblöcke der Adjazenzmatrix eines bipartiten Graphen  $\mathbf{A}_{1,1} = \mathbf{0}$  und  $\mathbf{A}_{2,2} = \mathbf{0}$ .

### A.2.2 Lineare Programmierung

**Theorem A.1** (Komplementärer Schlupf). Sei

$$\begin{aligned}\min \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{u.d.N.} \quad & \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0},\end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

ein lineares Programm und

$$\begin{aligned} & \max \quad \mathbf{b}^T \mathbf{y} \\ & \text{u.d.N.} \quad \mathbf{A}^T \mathbf{y} \leq \mathbf{c} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

das zugehörige duale Programm mit  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $\mathbf{x}, \mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$  und  $\mathbf{y}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$ .  $\mathbf{x}^*$  ist eine optimale Lösung von (A.7) und  $\mathbf{y}^*$  eine optimale Lösung von (A.8) genau dann, wenn gilt:

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{y}^* - \mathbf{c})^T \mathbf{x}^* = 0.$$

Aus Theorem A.1 folgt, dass für  $x_i^* > 0$  die zugehörige Nebenbedingung im dualen Problem mit Gleichheit erfüllt wird und eine etwaige Schlupfvariable damit den Wert Null hätte. Umgekehrt impliziert eine nicht mit Gleichheit erfüllte Nebenbedingung im dualen Programm, dass die zugehörige Variable im primalen Problem einen Wert größer Null annimmt.

### A.2.3 Allgemeines

#### Konvexe und konische Kombination

**Definition A.1** (Konvexe und konische Kombination). Sei  $\boldsymbol{\nu}_1, \dots, \boldsymbol{\nu}_k \in \mathbb{R}^n$  und  $\lambda_1, \dots, \lambda_k \in \mathbb{R}$ . Dann heißt  $\sum_{i=1}^k \lambda_i \boldsymbol{\nu}_i$  Linearkombination oder lineare Kombination der  $\boldsymbol{\nu}_i$ . Eine Linearkombination heißt konische Kombination, wenn zudem  $\lambda_i \geq 0$  bzw. konvexe Kombination wenn  $\lambda_i \geq 0$  und  $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$ .

#### Affine Abbildungen

Affine Abbildungen von  $\alpha \in [\underline{\alpha}, \overline{\alpha}]$  nach  $\beta \in [\underline{\beta}, \overline{\beta}]$  sind festgelegt durch

$$\beta = \underbrace{\frac{\beta - \overline{\beta}}{\underline{\alpha} - \overline{\alpha}}}_{\Gamma_{\alpha\beta}} \alpha + \underbrace{\frac{\underline{\alpha}\overline{\beta} - \overline{\alpha}\beta}{\underline{\alpha} - \overline{\alpha}}}_{\gamma_{\alpha\beta}}. \quad (\text{A.9})$$

#### Diskretisierungsschema

Wird ein kontinuierliches Intervall  $\mathcal{I} = [\underline{\alpha}, \overline{\alpha}]$  in  $N$  Stufen diskretisiert, so liegen die diskreten Stützpunkte um  $\Delta\alpha = \frac{\overline{\alpha} - \underline{\alpha}}{N-1}$  auseinander und es resultiert die diskrete Wertemenge  $\mathcal{I} = \{\underline{\alpha} + k\Delta\alpha\}$  mit  $k = 0, \dots, N-1$ .

#### Rangungleichungen von Sylvester

**Theorem A.2** (Rangungleichungen von Sylvester). Für Matrizen  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  und  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times l}$  gilt:  $\text{rank}(\mathbf{A}) + \text{rank}(\mathbf{B}) - n \leq \text{rank}(\mathbf{AB}) \leq \min\{\text{rank}(\mathbf{A}), \text{rank}(\mathbf{B})\}$ .

### A.3 Beispiel zu Kapitel 5.1.2

Nach einem Produktionszyklus der Maschine  $M_j$  erfahre der Puffer  $B_i$  die Zustandsänderung  $\tilde{a}_{N|i,j} = -13$ . In der exemplarischen Modellierung sei  $N_{SF_j} = 5$  und Maschine  $M_j$  könne einen Produktionszyklus in  $p_{M_j|1} = 3\Delta T$  oder  $p_{M_j|2} = 5\Delta T$  durchlaufen. Folglich ist  $L = 2$  und  $\tilde{\mathbf{p}}_{M_j} = [3, 5]^T$ . Für  $l = 1$  müssen  $|\tilde{a}_{N|i,j}| = 13$  Werkstücke auf  $\tilde{p}_{M_j|1} = 3$  Transitionen verteilt werden. Jeder Transition werden zunächst  $\left\lfloor \frac{\tilde{a}_{N|i,j}}{\tilde{p}_{M_j|1}} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{-13}{3} \right\rfloor = -4$  Werkstücke zugewiesen. Für die verbleibenden  $R = \text{mod}(-13, 3) = -1$  Werkstücke resultiert die Indexmenge  $\Xi = \left\{ 1 \cdot \left\lfloor \frac{\tilde{p}_{M_j|1}-1}{|R|} \right\rfloor, \dots, |R| \cdot \left\lfloor \frac{\tilde{p}_{M_j|1}-1}{|R|} \right\rfloor \right\} = \{2\}$ . Die Gleichungen (5.12) und (5.13) ergeben  $n_{I \rightarrow WK|1}^{B_i} = -4$  bzw.  $\mathbf{n}_{WK \rightarrow I|1}^{B_i} = (-4 \cdot \mathbb{1}_2^T - (\mathbf{e}_{2|2})^T)^T = (-4, -5)^T$ . Analog ergeben sich  $n_{I \rightarrow WK|2}^{B_i} = -2$  bzw.  $\mathbf{n}_{WK \rightarrow I|2}^{B_i} = (-3, -3, -3, -2)^T$  für  $l = 2$ .



## A.4 Kostenparameter Sensitivitätsanalyse

Tabelle A.1: Kostenparameter

Parameter	Symbol	Wert	Einheit
Abschreibungszeitraum	$T_{Ab}$	8	a
Anschaffungskosten	$c_A$	500 000	€
Abschreibungskosten	$c_{Ab}$	62 500	€/a
Flächenkosten pro Maschine	$c_{Fl}$	3000	€/a
Kosten für Kapitalbindung	$c_{Kap}$	12 500	€/a
Energiekosten [11]	$c_E$	0.19	€/kWh
Instandhaltungskosten max.	$\bar{c}_I$	25 000	€/a
Instandhaltungskosten min.	$\underline{c}_I$	10 000	€/a
Kosten für Hilfs- und Verbrauchsgüter	$\bar{c}_{HV}$	15 000	€/a
Kosten für Hilfs- und Verbrauchsgüter	$\underline{c}_{HV}$	5 000	€/a
Personalkosten	$c_{MA}$	40	€/h
Beschaffungskosten incl. Materialoverhead	$c_{Be}$	0.5	€/Stk.
Werkzeugkosten	$c_{Wz}$	200	€
Kapitalkostensatz	$p_{Kap}$	5	%
Kostenanteil für Hilfs- und Verbrauchsgüter	$\bar{p}_{HV}$	3	%
Kostenanteil für Hilfs- und Verbrauchsgüter	$\underline{p}_{HV}$	1	%
Kostenanteil für Instandhaltungskosten	$\bar{p}_I$	5	%
Kostenanteil für Instandhaltungskosten	$\underline{p}_I$	2	%
Konzernoverhead	$p_K$	25	%
max. Leistungsaufnahme	$\bar{P}$	45	kW
min. Leistungsaufnahme	$\underline{P}$	5	kW

## Eigene Veröffentlichungen

- [1] M. Appel, U. Konigorski und M. Walther. „A Graph Metric for Model Predictive Control of Petri Nets“. In: *IFAC-PapersOnLine* 51.2 (2018). 9th Vienna International Conference on Mathematical Modelling, S. 254–259.
- [2] M. Appel, M. Walther und U. Konigorski. „Distributed trajectory planning for multi-agent discrete event systems“. In: *at - Automatisierungstechnik* 67 (Sep. 2019), S. 751–761.
- [3] M. Appel, M. Walther und U. Konigorski. „Modeling and Control of Production Networks“. In: *2018 25th International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice (M2VIP)*. 2018.
- [4] S. Kerz, M. Appel und U. Konigorski. „The Reach Control Problem with Input Constraints“. In: *IFAC-PapersOnLine* 52.16 (2019). 11th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems NOLCOS 2019, S. 72–77.
- [5] A. Neifer, M. Appel, M. Walther und U. Konigorski. „Flow network control via substituted flows determining the ratio of parallel flows“. In: *IFAC-PapersOnLine* 52.13 (2019). 9th IFAC Conference on Manufacturing Modelling, Management and Control MIM 2019, S. 1455–1460.
- [6] M. Schöpf, M. Walther, M. Appel, M. Hlavac und S. Rupp. „Verfahren zur Steuerung einer Produktionsanlage, Computerprogramm, maschinenlesbares Speichermedium, elektronische Steuereinheit sowie Produktionsanlage“. Dt. Patentanmeld. DE 10 2018 217 581.0.
- [7] M. Walther, K. Groh, M. Appel und S. Rupp. „Verfahren zur Planung der Bearbeitung eines Werkstücks mit einem Zerspanungswerkzeug“. Dt. Pat. DE 10 2017 206 060.3.

# Literaturverzeichnis

- [8] R. Alur u. a. „The algorithmic analysis of hybrid systems“. In: *Theoretical Computer Science* 138.1 (1995). Hybrid Systems, S. 3–34.
- [9] R. Alur und D. L. Dill. „A theory of timed automata“. In: *Theoretical Computer Science* 126.2 (1994), S. 183–235.
- [10] M. F. Anjos, A. Lodi und M. Tanneau. „A Decentralized Framework for the Optimal Coordination of Distributed Energy Resources“. In: *IEEE Transactions on Power Systems* 34.1 (Jan. 2019), S. 349–359.
- [11] BDEW Bundesverband der Energie-Abnehmer. „Industriestrompreise (inklusive Stromsteuer) in Deutschland in den Jahren 1998 bis 2019 (in Euro-Cent pro Kilowattstunde)“. In: Statista, 2019.
- [12] A. Bemporad, G. Ferrari-Trecate und R. Morari. „Observability and controllability of piecewise affine and hybrid systems“. In: *Decision and Control, 1999. Proceedings of the 38th IEEE Conference on*. Bd. 4. 1999, 3966–3971 vol.4.
- [13] J. F. Benders. „Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems“. In: *Numerische Mathematik* 4.1 (Dez. 1962), S. 238–252.
- [14] J. Bengtsson und W. Yi. „Timed Automata: Semantics, Algorithms and Tools“. In: Springer-Verlag, 2004, S. 87–124.
- [15] J. Bisschop. *Aimms Optimization Modeling*. Lulu.com, 2014.
- [16] R. G. Bland. „New Finite Pivoting Rules for the Simplex Method“. In: *Mathematics of Operations Research* 2.2 (1977), S. 103–107.
- [17] S. Bogdan, F. L. Lewis, Z. Kovacic und J. M. Jr. „Matrix Model and Control of Manufacturing Systems“. In: *Manufacturing Systems Control Design: A Matrix-based Approach*. London: Springer London, 2006. Kap. 3, S. 51–96.
- [18] T. van den Boom und B. D. Schutter. „MPC for perturbed max-plus-linear systems“. In: *Control Conference (ECC), 2001 European*. Sep. 2001, S. 3783–3788.
- [19] T. van den Boom und B. D. Schutter. „Randomly switching max-plus linear systems and equivalent classes of discrete event systems“. In: *Proceedings of the 9th International Workshop on Discrete Event Systems (WODES'08)*. Göteborg, Sweden, Mai 2008, S. 242–247.
- [20] T. van den Boom und B. D. Schutter. „Modelling and control of discrete event systems using switching max-plus-linear systems“. In: *Control Engineering Practice* 14.10 (2006), S. 1199–1211.

- [21] B. A. Brandin und W. M. Wonham. „Supervisory control of timed discrete-event systems“. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 39.2 (Feb. 1994), S. 329–342.
- [22] M. Branicky. „Studies in hybrid systems : modeling, analysis, and control“. Diss. Jan. 1995.
- [23] T. Brunsch, J. Raisch und L. Hardouin. „Modeling and control of high-throughput screening systems“. In: *Control Engineering Practice* 20.1 (2012), S. 14–23.
- [24] T. Brunsch, L. Hardouin und J. Raisch. „Modelling Manufacturing Systems in a Dioid Framework“. In: Feb. 2014, S. 29–74.
- [25] P. Bundschuh. *Einführung in die Zahlentheorie*. Springer-Lehrbuch. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [26] C. Cai, A. R. Teel und R. Goebel. „Smooth Lyapunov Functions for Hybrid Systems - Part I: Existence Is Equivalent to Robustness“. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 52.7 (Juli 2007), S. 1264–1277.
- [27] C. G. Cassandras und S. Lafortune, Hrsg. *Introduction to Discrete Event Systems*. Springer-Verlag US, 2008.
- [28] D. Chen, R. Batson und Y. Dang. *Applied Integer Programming: Modeling and Solution*. Wiley, 2010.
- [29] A. Cheng, J. Esparza und J. Palsberg. „Complexity results for 1-safe nets“. In: *Theoretical Computer Science* 147.1 (1995), S. 117–136.
- [30] G. Cherif, E. Leclercq und D. Lefebvre. „Modeling hybrid manufacturing systems using T-TPN with buffers“. In: *2018 IEEE 23rd International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA)*. Bd. 1. Sep. 2018, S. 480–487.
- [31] R. J. Dakin. „A tree-search algorithm for mixed integer programming problems“. In: *The Computer Journal* 8.3 (1965), S. 250–255.
- [32] G. Dantzig und M. Thapa. *Linear Programming 2: Theory and Extensions*. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. Springer New York, 2006.
- [33] G. Dantzig. *Linear programming and extensions*. Rand Corporation Research Study. Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1963. XVI, 625.
- [34] G. B. Dantzig. „Origins of the Simplex Method“. In: *A History of Scientific Computing*. Hrsg. von S. G. Nash. New York, NY, USA: ACM, 1990, S. 141–151.
- [35] G. B. Dantzig und P. Wolfe. „Decomposition Principle for Linear Programs“. In: *Operations Research* 8.1 (Feb. 1960), S. 101–111.
- [36] X. David-Henriet, L. Hardouin und J. Raisch. „Max-plus-linear Systems for Manufacturing Systems: Modeling and Control“. In: *KoMSO Challenge Workshop "Math for the Digital Factory"*. Berlin, 2016.

- [37] R. David und H. Alla. „Continuous Petri nets, 8th European conference on theory and applications of Petri nets“. In: *Saragosse* (1987), S. 275–294.
- [38] W. Domschke, A. Drexl, R. Klein und A. Scholl. *Einführung in Operations Research*. Gabler Verlag, 2015.
- [39] M. Dotoli, N. Epicoco, M. Falagario und G. Cavone. „A Timed Petri Nets Model for Performance Evaluation of Intermodal Freight Transport Terminals“. In: *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 13.2 (Apr. 2016), S. 842–857.
- [40] C. J. Fidge. „Timestamps in message-passing systems that preserve partial ordering“. In: *Proceedings of the 11th Australian Computer Science Conference* 10 (Feb. 1988), S. 56–66.
- [41] R. Fritz und Z. Ping. „Fault-tolerant tracking control of petri nets“. In: *at - Automatisierungstechnik* 66.1 (2018), S. 30–40.
- [42] R. Fritz und P. Zhang. „Tracking Control for Petri nets with forbidden states“. In: *European Control Conference*. 2018.
- [43] A. Giua und M. Silva. „Petri nets and Automatic Control: A historical perspective“. In: *Annual Reviews in Control* 45 (2018), S. 223–239.
- [44] A. Gleixner u. a. *The SCIP Optimization Suite 6.0*. ZIB-Report 18-26. Zuse Institute Berlin, Juli 2018.
- [45] R. Goebel und A. Teel. „Solutions to hybrid inclusions via set and graphical convergence with stability theory applications“. In: *Automatica* 42.4 (2006), S. 573–587.
- [46] A. Goldman. „Resolution and Separation Theorems for Polyhedral Convex Sets“. In: *Linear Inequalities and Related Systems. (AM-38)*. Hrsg. von H. W. Kuhn und A. W. Tucker. Bd. 38. Annals of Mathematics Studies. Princeton University Press, Princeton, 1956. Kap. 3, S. 41–52.
- [47] A. Goldman und A. W. Tucker. „Polyhedral Convex Cones“. In: *Linear Inequalities and Related Systems. (AM-38)*. Hrsg. von H. W. Kuhn und A. W. Tucker. Bd. 38. Annals of Mathematics Studies. Princeton University Press, Princeton, 1956. Kap. 2, S. 19–40.
- [48] A. Goldman und A. W. Tucker. „Theory of Linear Programming“. In: *Linear Inequalities and Related Systems. (AM-38)*. Hrsg. von H. W. Kuhn und A. W. Tucker. Bd. 38. Annals of Mathematics Studies. Princeton University Press, Princeton, 1956. Kap. 4, S. 53–97.
- [49] R. Gomory. „Outline of an Algorithm for Integer Solutions to Linear Programs“. In: *Bulletin of the American Mathematical Society* 64 (Sep. 1958), S. 275–278.
- [50] I. Grobelna, R. Wisniewski, M. Grobelny und M. Wisniewska. „Design and Verification of Real-Life Processes With Application of Petri Nets“. In: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems* 47.11 (Nov. 2017), S. 2856–2869.

- [51] W. Heemels, J. Schumacher und S. Weiland. „Linear Complementarity Systems“. In: *SIAM Journal on Applied Mathematics* 60.4 (2000), S. 1234–1269.
- [52] W. Heemels, B. D. Schutter und A. Bemporad. „Equivalence of hybrid dynamical models“. In: *Automatica* 37.7 (2001), S. 1085–1091.
- [53] L. E. Holloway, B. H. Krogh und A. Giua. „A Survey of Petri Net Methods for Controlled Discrete Event Systems“. In: *Discrete Event Dynamic Systems* 7.2 (Apr. 1997), S. 151–190.
- [54] C. Homburg. *Hierarchische Aushandlungen in Organisationen*. Physica-Verlag, 1996.
- [55] A. Imaev und R. P. Judd. „Block diagram-based modeling of manufacturing systems using Max-Plus Algebra“. In: *2009 American Control Conference*. Juni 2009, S. 4711–4716.
- [56] A. Imaev und R. P. Judd. „Hierarchical modeling of manufacturing systems using max-plus algebra“. In: *2008 American Control Conference*. Juni 2008, S. 471–476.
- [57] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems*. Hrsg. von M. Thoma u. a. 3. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1995.
- [58] N. Karmarkar. „A new polynomial-time algorithm for linear programming“. In: *Combinatorica* 4.4 (Dez. 1984), S. 373–395.
- [59] B. Kersbergen, J. Rudan, T. van den Boom und B. D. Schutter. „Towards railway traffic management using switching Max-plus-linear systems“. In: *Discrete Event Dynamic Systems* 26.2 (Juni 2016), S. 183–223.
- [60] J. Komenda, S. Lahaye, J.-L. Boimond und T. van den Boom. „Max-plus algebra in the history of discrete event systems“. In: *Annual Reviews in Control* 45 (2018), S. 240–249.
- [61] B. Korte und J. Vygen. *Combinatorial Optimization - Theory and Algorithms*. Bd. 6. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2018.
- [62] A. H. Land und A. G. Doig. „An automatic method for solving discrete programming problems“. In: *ECONOMETRICA* 28.3 (1960), S. 497–520.
- [63] D. Lefebvre. „Approaching Minimal Time Control Sequences for Timed Petri Nets“. In: *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 13.2 (Apr. 2016), S. 1215–1221.
- [64] D. Lefebvre. „Near-optimal control sequence design for untimed Petri nets based on a reduced breadth and depth exploration“. In: *2017 4th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*. Apr. 2017, S. 0079–0084.
- [65] D. Lefebvre. „Near-Optimal Scheduling for Petri Net Models with Forbidden Markings“. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* PP.99 (2017), S. 1–1.
- [66] D. Lefebvre und E. Leclercq. „Control Design for Trajectory Tracking With Untimed Petri Nets“. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 60.7 (Juli 2015), S. 1921–1926.

- [67] D. Lefebvre. „Model Predictive Control for Timed Petri Nets“. In: *IFAC-PapersOnLine* 48.7 (2015), S. 91–96.
- [68] F. León und U. Kiencke. *Ereignisdiskrete Systeme: Modellierung und Steuerung verteilter Systeme*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2013.
- [69] J. Lunze. *Ereignisdiskrete Systeme: Modellierung und Analyse dynamischer Systeme mit Automaten, Markovketten und Petrinetzen*. 3. Aufl. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2017.
- [70] J. Lunze. *Regelungstechnik 1*. 11. Aufl. Springer Vieweg, 2016.
- [71] J. Lunze. *Regelungstechnik 2*. 9. Aufl. Springer Vieweg, 2016.
- [72] J. Lunze und F. Lamnabhi-Lagarrigue, Hrsg. *Handbook of hybrid systems control : theory, tools, applications*. Cambridge, UK, New York: Cambridge University Press, 2009.
- [73] J. Luo, H. Ni und M. Zhou. „Control Program Design for Automated Guided Vehicle Systems via Petri Nets“. In: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems* 45.1 (Jan. 2015), S. 44–55.
- [74] G. H. Mealy. „A method for synthesizing sequential circuits“. In: *The Bell System Technical Journal* 34.5 (Sep. 1955), S. 1045–1079.
- [75] H. Minkowski. *Geometrie der Zahlen*. Geometrie der Zahlen Bd. 2. B.G. Teubner, 1910.
- [76] E. F. Moore. „Gedanken-Experiments on Sequential Machines“. In: *Automata Studies*. Hrsg. von C. Shannon und J. McCarthy. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1956, S. 129–153.
- [77] T. Murata. „Petri nets: Properties, analysis and applications“. In: *Proceedings of the IEEE* 77.4 (Apr. 1989), S. 541–580.
- [78] G. M. Nenninger. „Modellierung und Analyse hybrider dynamischer Systeme als Grundlage für den Entwurf hybrider Steuerungen“. Diss. Karlsruher Institut für Technologie, 2001.
- [79] G. M. Nenninger und V. Krebs. „Modeling and analysis of hybrid systems - a new approach integrating Petri nets and differential equations“. In: *Parallel and Distributed Real-Time Systems, 1997. Proceedings of the Joint Workshop on*. Apr. 1997, S. 234–238.
- [80] T. Nishi. „Decomposition of timed Petri Nets for Solving Scheduling Problems with Multiple Entities“. In: *Eighth International Symposium on Autonomous Decentralized Systems (ISADS'07)*. März 2007, S. 478–483.
- [81] T. Nishi, K. Shimatani und M. Inuiguchi. „A decomposition method for optimal firing sequence problems for first-order hybrid Petri nets“. In: *2009 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. Okt. 2009, S. 2854–2859.

- [82] T. Nishi, K. Shimatani und M. Inuiguchi. „Lagrangian relaxation approach for solving optimal firing sequence problems by decomposition of timed Petri Nets“. In: *2008 SICE Annual Conference*. Aug. 2008, S. 1585–1590.
- [83] M. Padberg und G. Rinaldi. „A Branch-and-Cut Algorithm for the Resolution of Large-Scale Symmetric Traveling Salesman Problems“. In: *SIAM Review* 33.1 (1991), S. 60–100.
- [84] P. Pawlewski, Hrsg. *Petri Nets: Manufacturing and Computer Science*. InTech, 2012.
- [85] C. A. Petri. „Kommunikation mit Automaten“. In: *Schriften des Rheinisch-Westfälischen Institutes für Instrumentelle Mathematik an der Universität Bonn* 3 (Jan. 1962).
- [86] J. M. Proth, L. Wang und X. Xie. „A class of Petri nets for manufacturing system integration“. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 13.3 (Juni 1997), S. 317–326.
- [87] P. J. G. Ramadge und W. M. Wonham. „The control of discrete event systems“. In: *Proceedings of the IEEE* 77.1 (Jan. 1989), S. 81–98.
- [88] S. Russell und P. Norvig. *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. 3rd. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall Press, 2009.
- [89] A. J. van der Schaft und J. M. Schumacher. „Complementarity modeling of hybrid systems“. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 43.4 (Apr. 1998), S. 483–490.
- [90] A. van der Schaft und H. Schumacher. „Examples of hybrid dynamical systems“. In: *An introduction to hybrid dynamical systems*. London: Springer London, 2000, S. 35–56.
- [91] M. Schuh und J. Lunze. „Tracking control of deterministic I/O automata“. In: *2016 13th International Workshop on Discrete Event Systems (WODES)*. Mai 2016, S. 325–331.
- [92] B. D. Schutter und T. van den Boom. „Model predictive control for max-min-plus-scaling systems“. In: *American Control Conference, 2001. Proceedings of the 2001*. Bd. 1. 2001, 319–324 vol.1.
- [93] B. D. Schutter und T. van den Boom. „Model predictive control for max-plus-linear discrete event systems“. In: *Automatica* 37.7 (2001), S. 1049–1056.
- [94] R. Schwarz und F. Mattern. „Detecting causal relationships in distributed computations: In search of the holy grail“. In: *Distributed Computing* 7.3 (März 1994), S. 149–174.
- [95] C. Seatzu, M. Silva und J. H. van Schuppen, Hrsg. *Control of Discrete-Event Systems*. Bd. 433. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer London, 2013.



- [96] A. Seleim und H. ElMaraghy. „Generating max-plus equations for efficient analysis of manufacturing flow lines“. In: *Journal of Manufacturing Systems* 37, Part 1 (2015), S. 426–436.
- [97] A. Seleim und H. ElMaraghy. „Max-plus Modeling of Manufacturing Flow Lines“. In: *Procedia CIRP* 17 (2014). Variety Management in Manufacturing Proceedings of the 47th CIRP Conference on Manufacturing Systems, S. 71–75.
- [98] A. Seleim und H. ElMaraghy. „Parametric analysis of Mixed-Model Assembly Lines using max-plus algebra“. In: *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology* 7.4 (2014), S. 305–314.
- [99] M. Sghaier, H. Zgaya, S. Hammadi und C. Tahon. „A distributed dijkstra’s algorithm for the implementation of a Real Time Carpooling Service with an optimized aspect on siblings“. In: *13th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*. Sep. 2010, S. 795–800.
- [100] M. Silva. „On the history of Discrete Event Systems“. In: *Annual Reviews in Control* 45 (2018), S. 213–222.
- [101] M. Silva, J. Julvez, C. Mahulea und C. Vazquez. „On fluidization of discrete event models: Observation and control of continuous Petri nets“. In: *Discrete Event Dynamic Systems* 21 (Dez. 2011), S. 427–497.
- [102] E. D. Sontag. „Interconnected Automata and Linear Systems - A Theoretical Framework in Discrete-Time“. In: *in Hybrid Systems III: Verification and Control*. Springer, 1996, S. 436–448.
- [103] E. D. Sontag. „Nonlinear regulation: The piecewise linear approach“. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 26.2 (Apr. 1981), S. 346–358.
- [104] N. N. Taleb. *The Bed of Procrustes. Philosophical and Practical Aphorisms*. Random House Verlag, 2010.
- [105] N. N. Taleb. *Kleines Handbuch für den Umgang mit Unwissen*. Albrecht Knaus Verlag, 2013.
- [106] F. D. Torrisi und A. Bemporad. „HYSDEL-a tool for generating computational hybrid models for analysis and synthesis problems“. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 12.2 (März 2004), S. 235–249.
- [107] M. Trick. „Formulations and Reformulations in Integer Programming“. In: *Integration of AI and OR Techniques in Constraint Programming for Combinatorial Optimization Problems*. Hrsg. von R. Barták und M. Milano. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2005, S. 366–379.
- [108] C. R. Vázquez, C. Mahulea, J. Júlvez und M. Silva. „Introduction to Fluid Petri Nets“. In: *Control of Discrete-Event Systems: Automata and Petri Net Perspectives*. Hrsg. von C. Seatzu, M. Silva und J. H. van Schuppen. London: Springer London, 2013, S. 365–386.

- [109] H. Weyl. „Elementare Theorie der konvexen Polyeder“. In: *Commentarii Mathematici Helvetici* 7.1 (Dez. 1934), S. 290–306.
- [110] H. Williams. *Model Building in Mathematical Programming*. Wiley, 2013.
- [111] P. Wolfe. „A Technique for Resolving Degeneracy in Linear Programming“. In: *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics* 11.2 (1963), S. 205–211.
- [112] L. A. Wolsey. „Heuristic analysis, linear programming and branch and bound“. In: *Combinatorial Optimization II*. Hrsg. von V. J. Rayward-Smith. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1980, S. 121–134.
- [113] W. M. Wonham, K. Cai und K. Rudie. „Supervisory Control of Discrete-Event Systems: A Brief History – 1980-2015“. In: *IFAC-PapersOnLine* 50.1 (2017). 20th IFAC World Congress, S. 1791–1797.
- [114] W. M. Wonham und K. Cai. *Supervisory Control of Discrete-Event Systems*. Springer International Publishing, 2019.
- [115] R. Yamazaki, T. Nishi und S. Sakurai. „A decomposition method with discrete abstraction for simultaneous traffic signal control and route selection problem with first-order hybrid Petri Nets“. In: *2017 13th IEEE Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*. Aug. 2017, S. 352–357.

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

---

Name	Marcus Werner Appel
Geburtsdatum	13. September 1989
Geburtsort	Darmstadt
Nationalität	deutsch

## Berufstätigkeit

---

seit 05/19	Model Based Systems Engineering Specialist bei der Daimler AG, Böblingen
------------	---

## Wissenschaftlicher Werdegang

---

05/16–04/19	Doktorand in der Konzernforschung der Robert Bosch GmbH und an der Technischen Universität Darmstadt
10/13–04/16	M.Sc. Elektro- und Informationstechnik - Automatisierungstechnik an der Technischen Universität Darmstadt
10/10–10/13	B.Sc. Elektro- und Informationstechnik - Automatisierungstechnik an der Technischen Universität Darmstadt

# Erklärung

Ich versichere hiermit, dass die vorliegende Dissertation selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Quellen verfasst wurde. Zu einem vorherigen Zeitpunkt wurde noch keine Promotion versucht. Die Arbeit hat bisher noch nicht zu Prüfungszwecken gedient. Ich versichere weiterhin, dass die elektronische Version meiner Dissertation mit der schriftlichen Version übereinstimmt.

Darmstadt, 13. September 2019

---

Marcus Werner Appel